ОБЩЕПЛАНЕТНОЕ ТРАНСПОРТНОЕ СРЕДСТВО.
ПРОБЛЕМЫ ВЫВОДА НА ОРБИТУ

Гомель, 1993

I. ДИНАМИКА ВЫХОДА ОТС В КОСМИЧЕСКОЕ ПРОСТРАНСТВО В ЭКВАТОРИАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ ЗЕМЛИ

Рассмотрим задачу о движении ротора ОТС в атмосфере и открытом космосе в случае экваториального расположения стартовой эстакады. Определим основные закономерности процесса выхода на орбиту при самых общих предположениях относительно свойств ротора и условий его движения [1].

В качестве модели ротора принимаем тонкое упругое кольцо с однородными механическими характеристиками, с конечным числом разделений на фрагменты и последующих этапов упругого или фрикционного расширения. Движение ротора через атмосферу происходит внутри вакуумируемой оболочки, что необходимо для изоляции быстродвижущегося ротора от воздушной среды. Оболочка участвует только в радиальном движении; воздушная среда моделируется стандартной атмосферой.

Анализ решений дифференциальных уравнений движения позволяет исследовать поэтапное движение ротора - его положение, определяемое полярными координатами, соответствующие скорости и ускорения, время движения, действующие силы, степень влияния на динамические характеристики различных параметров ротора и оболочки и т.д. Установлено, что при произвольно выбранных параметрах радиальное движение ротора является колебательным относительно положения орбиты. Для управления движением ротора с целью гашения колебаний и вывода на заданную орбиту можно использовать фрикционные силы между фрагментами ротора в их телескопических соединениях. Определено соотношение между исходными параметрами ротора и оболочки в начале радиального движения, установлена зависимость между стартовой скоростью ротора и положением орбиты.

Исследована динамика колебательного движения ротора в случае свободного расширения фрагментов; определены критические режимы движения, когда ротор расширяется неограниченно, удаляясь на бесконечность. Такой режим можно использовать для организации транспорта полезных грузов в пределах космической индустриальной зоны Земли или до объектов Солнечной системы и обратно.

I.I. Постановка задачи

Исследуем движение ротора ОТС при выводе на орбиту в плоскости экватора. На участке движения в плотных слоях атмосферы ротор движется внутри вакуумируемой оболочки. Начальное состояние системы ротор-оболочка определяется вращающимся по экватору со скоростью V_0 ротором и неподвижной оболочкой. После освобождения от магнитных подвесов начинается радиальное движение ротора, сообщаемое оболочке. За счет электромагнитных взаимодействий с ротором оболочка получает вращательное движение, дополнительное к вращению вместе с Землей. К моменту отделения оболочки ее общая угловая скорость - ввиду слабости взаимодействий и малости времени движения - имеет малую величину порядка угловой скорости Земли, поэтому вращательным движением оболочки можно пренебречь. Вращение оболочки, как будет показано в дальнейшем, не меняет общей картины движения, внося лишь малые количественные изменения в динамические характеристики системы.

Движение системы ротор - оболочка, а затем движение ротора после сброса оболочки определяется по отношению к поступательно движущейся системе отсчета с началом в центре

Земли. Ось z направлена вдоль оси вращения Земли и ротора, оси x и y – в плоскости экватора. Влияние Солнца, Луны и других тел солнечной системы не учитываются по причине слабости этого влияния и малой продолжительности действия на этапе вывода ротора на орбиту.

Динамическая модель ротора принимается в виде тонкого кольца с однородными механическими свойствами и начальным радиусом R, равным экваториальному радиусу Земли. На начальном этапе радиального движения учитывается упругое растяжение кольца; после достижения определенного значения относительной деформации ротор разделяется на фрагменты с телескопическими соединениями. Последующее относительное перемещение фрагментов – этап фрикционного расширения – исследуется с учетом сухого трения.

После выхода соединительных элементов на упоры относительное перемещение фрагментов прекращается, и начинается новый этап упругого растяжения, затем снова происходит разделение на фрагменты, этап фрикционного расширения и т.д.; может быть несколько чередующихся этапов упругого и фрикционного расширения ротора. На каждом этапе рассматриваются усредненные по длине ротора значения массы единицы длины ротора, коэффициента упругости, силы трения и других характеристик.

При колебательном движении ротора возможно свободное расхождение или схождение фрагментов, если силы трения в телескопических соединениях отсутствуют. Полагаем, что свободное относительное перемещение фрагментов происходит также при движении ротора по орбите.

Оболочка рассматривается как замкнутый тонкостенный тор, выдерживающая статическое и динамическое давление атмосферы и способная упруго растягиваться до выхода из плотной атмосферы и отделения от ротора. Форма оболочки в сечении может варьироваться от круговой до хорошо обтекаемой каплеобразной.

В рамках принятой модели ротора и оболочки и других оговоренных выше ограничений и свойств определим:

1. Общие условия, необходимые для вывода ротора на заданную круговую орбиту радиуса $r = r_K$: величину стартовой скорости $V = V_0$ ротора, соотношения между исходными параметрами в начале радиального движения, моменты разделения на фрагменты, длины участков упругого и фрикционного расширения и т.д.

2. Параметры управляющего воздействия - в данном случае силы трения - для гашения энергии ротора в радиальном движении с целью неколебательного вывода на орбиту.

3. Параметры радиального и вращательного движения ротора - положение, скорость, ускорение на различных этапах, время движения в режимах апериодического движения и свободных колебаний и т.д.

4. Условия на конечком этапе, обеспечивающие в положении, определяющем заданную орбиту, одновременное обращение в нуль радиальной скорости, радиального ускорения и деформации фрагментов ротора, что является необходимыми условиями для дальнейшего движения ротора на этой орбите.

Рис. 1.1, б

I.2. Дифференциальные уравнения движения элемента системы ротор - оболочка в атмосфере

Исследуем влияние упругих сил и сил трения, представляющих собой внутренние силы системы, на ее движение. Рассмотрим элемент, состоящий из дуги ротора и окружающей его оболочки с начальной длиной ℓ = I м и массами m_1 и m_0 (рис. I.I.). В качестве обобщенных координат системы принимаем угол поворота φ и радиус r ротора. Кинетическая энергия элемента системы

$$T_* = \frac{1}{2}\left(m_1 r^2 \dot\varphi^2 + m\dot r^2\right),$$

где $m = m_0 + m_1$; $\dot\varphi = \frac{d\varphi}{dt}$ - угловая скорость ротора, $\dot r = \frac{dr}{dt}$ - радиальная скорость ротора и оболочки.

Силы, действующие на выделенный элемент системы:

I. Сила притяжения к центру Земли

$$G = mg\frac{R^2}{r^2}, \tag{I.I.}$$

где g - гравитационное ускорение на экваторе [4], R - радиус экватора.

2. Силы упругости $\bar S_1$, $\bar S_2$, действующие на концах элемента со стороны остальной части системы ротор - оболочка, при этом $S_1 = S_2 = S$, $S = c\Delta L$, где $c = c_0 + c_1$ - суммарная жесткость ротора-оболочки, $\Delta L = 2\pi(r - R)$ - деформация ротора и оболочки. Равнодействующая $\bar F$ сил $\bar S_1$ и $\bar S_2$ приложена в центре элемента и направлена по радиусу

к центру Земли; ее модуль $F = 2S\sin\frac{\delta}{2}$, где $\delta = l/R$ – центральный угол дуги l. Ввиду малости δ запишем $F = \delta S$, тогда

$$F = 2\pi c l\left(\frac{r}{R} - 1\right).$$

3. Сила $\bar{Q}$ сопротивления атмосферы, с которой контактирует оболочка, участвующая в радиальном движении. С учетом убывания плотности атмосферы

$$Q = \lambda_1 \rho_0 \dot{r}^2 \exp\left[-\alpha_n\left(\frac{r}{R} - 1\right)\right],$$

где λ_1 – коэффициент, зависящий от формы оболочки,
ρ_0 – начальная плотность атмосферы,
α_n – величина, при которой высота слоя атмосферы $h \geqslant$ 100 км и влиянием Q можно пренебречь.

Используем формализм Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0;$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{r}} - \frac{\partial T}{\partial r} = -G - F - Q.$$

Выполнив дифференцирование, получим после некоторых преобразований и упрощений дифференциальные уравнения движения элемента ротора и оболочки на начальном этапе – от старта с экваториальной эстакады до выхода из плотных слоев атмосферы:

$$\ddot{\varphi} r + 2\dot{\varphi}\dot{r} = 0; \qquad (I.2.)$$

$$\ddot{r} = \frac{m_1}{m} r \dot{\varphi}^2 = g\frac{R^2}{r^2} - \frac{2\pi c l}{m}\left(\frac{r}{R}-1\right) - \frac{\lambda_1 \rho_0}{m}\dot{r}^2 \times$$
$$\times \exp\left[-\alpha_n\left(\frac{r}{R}-1\right)\right]. \tag{I.3}$$

В уравнении (I.3) первое слагаемое представляет собой ускорение от центробежной силы инерции элемента ротора, остальные - от действия указанных выше сил.

Начальные условия задачи

$$\varphi_0 = 0; \quad \dot{\varphi}_0 = \frac{V_0}{R} = \omega_0; \tag{I.4}$$

$$r_0 = R; \quad \dot{r}_0 = 0, \tag{I.5}$$

где ω_0 - начальная угловая скорость ротора.

I.3. Анализ уравнений движения системы в атмосфере

Координата φ является циклической. Интегрирование (I.2) приводит к соотношению, отражающему закон сохранения кинетического момента системы относительно оси z вращения ротора; с учетом начальных условий (I.4) получим

$$\dot{\varphi} = \omega_0 \frac{R^2}{r^2} = \frac{V_0 R}{r^2}. \tag{I.6}$$

Таким образом, угловая скорость ротора уменьшается при его подъеме обратно пропорционально квадрату расстояния элементов до центра Земли аналогично уменьшению силы притяжения элемента к центру Земли, которая определяется формулой (I.I).

Угловое ускорение меняется обратно пропорционально кубу расстояния до центра Земли; действительно, из (I.2) с учетом (I.6) получим:

$$\ddot{\varphi} = -2V_0R\frac{\dot{r}}{r^3}$$

Из уравнения радиального движения (I.3) можно определить с помощью условий (I.4), (I,5) радиальное ускорение в начале подъема ротора:

$$\ddot{r}_0 = \frac{m_1}{m}\frac{V_0^2}{R} - g.$$

Вводя безразмерные величины

? $$\beta = \frac{V_0^2}{gR} = \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^2, \quad \mu = \frac{m_0}{m_1}, \qquad \cancel{(I.6)}$$

где $V_1 = \sqrt{gR}$ – первая космическая скорость, получим $\ddot{r}_0 = \left(\frac{\beta}{1+\mu} - 1\right)g$, откуда следует условие начала радиального движения системы ротор-оболочка

$$\beta > 1 + \mu_1,$$

или

$$V_0 > \sqrt{1 + \frac{m_0}{m_1}}\, V_1.$$

Пусть, например, μ = 0,3; при значениях $R =$ = 6,37 · I0⁶ м, g = 9,8I4 м/с2 имеем: $V_0 = \sqrt{1,3}\, V_1 =$ = 9 · I0³ м/с = 9 км/с. Для начала подъема системы ротор – оболочка в случае m_0 = 0,3 m_1 необходимо разогнать ротор по отношению к эстакаде до относительной ~~до~~ скорости $V_r =$ $= V_0 - V_e >$ 8,54 км/с, где:

V_0 – абсолютная скорость, $V_e = \Omega R$ = 0,46 км/с – переносная скорость, Ω – угловая скорость Земли.

Радиальное ускорение при этом невелико; пусть V_r = = 9,54 км/с, V_0 = I0 км/с, β = I,6, μ_0 = 0,3, тогда $\ddot{r}_0$ = 0,233 g = 2,28 м/с2. В дальнейшем при расширении ротора и оболочки это ускорение уменьшается, поэтому радиальная скорость при движении в атмосфере будет небольшой, а сопротивление атмосферы невелико.

I.4. Динамика системы ротор - оболочка при движении в атмосфере

Заменяя в уравнении (I.3) $\dot{\varphi}$ с помощью интеграла (I.6), используя обозначения (I.7) и переходя к безразмерному радиусу $x = r/R \geq 1$, запишем дифференциальное уравнение радиального движения системы в атмосфере:

$$\ddot{x} = F(x) - K_0(x-1) - p x^2 e^{-\alpha''(x-1)}, \qquad \text{(I.8)}$$

где $$F(x, \mu_0) = \frac{q}{x^2}\left(\frac{\beta}{1+\mu_1} \cdot \frac{1}{x} - 1\right),$$

$$q = \frac{g}{R}; \quad K_0 = \frac{2\pi c}{mR}; \quad p = \frac{\lambda_1 \rho_0 R}{m}.$$

Радиальное ускорение $\ddot{x}$ убывает от начального значения $\ddot{x}_0 = F(1, \mu) = q\left(\frac{\beta}{1+\mu_1} - 1\right)$ до значения $\ddot{x}_1 = F(x_1, \mu_1) - K_0(x_1 - 1)$ в положении $x_1 = 1 + h/R$, где влияние атмосферы исчезает, и происходит сброс оболочки. При этом возможны случаи $\ddot{x}_1 \geq 0$ и $\ddot{x}_1 < 0$. В первом случае очевидно ограничение

$$K_0 \leq \frac{F(x_1, \mu_1)}{x_1 - 1}.$$

Используя соотношениям (I.7) и (I.9), это ограничение можно выразить через начальные параметры системы.

Во втором случае необходимо обеспечить условие неотрицательности радиальной скорости $\dot{x}$, что будет рассмотрено ниже.

Умножим обе части уравнения (I.8) на dx; левая часть при этом преобразуется к виду $\ddot{x}\,dx = d\left(\frac{\dot{x}^2}{2}\right)$. Проинтегрируем полученное соотношение с пределами $x_0 = 1$ и x, $\dot{x}_0 = 0$ и $\dot{x}$; в результате найдем выражение радиальной скорости на этапе движения системы в атмосфере:

$$\dot{x}^2 = (x - x_0)\left[\frac{q}{x}\left(\frac{\beta}{1+\mu}\,\frac{x+x_0}{x} - 2\right)\right] - 2a(x, x_0), \tag{I.9}$$

где $a(x, x_0) = p\int \dot{x}^2 e^{-\alpha(x-1)}\,dx$ – часть работы сил сопротивления атмосферы, приходящая на единицу массы ротора – оболочки.

Определяя из (I.9) $\dot{x}$ и умножая на R, найдем размерную радиальную скорость $V_{рад} = R\dot{x}(x)$.

Радиальная скорость $\dot{x}$ возрастает на этапе движения в атмосфере $[x_0, x_1]$ от значения $\dot{x}_0 = 0$ до некоторого максимального. Если $\ddot{x}_1 \geq 0$, то максимальное значение достигается в положении x_1. Если $\ddot{x}_1 < 0$, то в положении x', $x_0 < x' < x_1$; ускорение $\ddot{x}'$ обращается в нуль, а затем становится отрицательным.

Уравнение (I.8) допускает точное решение. После несложных преобразований и введения обозначений

$$u(x) = \dot{x}^2, \quad f_1(x) = p e^{-\alpha(x-1)}, \quad f_2(x) = F(x, \mu_1) - K_0(x-1)$$

получим уравнение первого порядка с переменными коэффициентами

$$u' + 2f_1(x)u - 2f_2(x) = 0, \tag{I.10}$$

общее решение которого

$$u(x) = 2e^{-F_1(x)} \int_{x_0}^{x} f_2(x) e^{F_1(x)} dx,$$

где

$$F_1(x) = 2\int_{x_0}^{x} f_1(x)dx = -\frac{2p}{\alpha_n}\left[e^{-\alpha_n(x-1)} - 1\right].$$

Интегралы уравнений (I.6) и (I.10) позволяют получить в квадратурах решение задачи о законе движения системы на этапе движения в атмосфере. Имеем $\dot{x} = \sqrt{u(x)}$;

$$dt = \frac{dx}{\sqrt{u(x)}}, \tag{I.11}$$

откуда определяем момент времени, когда ротор достигает положения x:

$$t = \int_{x_0}^{x} \frac{dx}{\sqrt{u(x)}} = P(x). \tag{I.12}$$

Решая (I.12) относительно x, получим зависимость

$$x = x(t). \tag{I.13}$$

Согласно (I.6), $d\varphi = \omega_0 \frac{dt}{x^2}$. Воспользовавшись (I.11), получим $d\varphi = \frac{\omega_0}{x^2\sqrt{u(x)}} = \Phi(x)$, откуда

$$\varphi = \omega_0 \int_{x_0}^{x} \frac{dx}{x^2\sqrt{u(x)}} \tag{I.14}$$

Здесь φ - угол поворота ротора по отношению к инерциальной системе отсчета $Oxyz$. Угловое положение φ' по отношению к системе отсчета $Ox'y'z'$, связанной с Землей и вначале совпадавшей с $Oxyz$, определяется соотношением

$$\varphi' = \varphi - \Omega t = \Phi(x) - \Omega P(x). \tag{I.15}$$

Используя зависимость (I.13), выразим φ и φ' в функции t:

$$\varphi = \varphi(t); \quad \varphi' = \varphi'(t). \tag{I.16}$$

Таким образом, получены соотношения, полностью определяющие динамику системы ротор-оболочка на этапе движения в атмосфере.

I.5. Динамика ротора на участке упругого растяжения в открытом космосе

После выхода из плотных слоев атмосферы, т.е. в положении $x_1 = 1 + \frac{h}{R}$, происходит сброс оболочки, которая не участвовала во вращательном движении, поэтому уравнение (I.2) и интеграл (I.6) описывают также дальнейшее движение ротора.

Уравнение радиального движения упрощается, так как сопротивление атмосферы не учитывается, а величина $\mu = 0$:

$$\ddot{x} - F(x,0) - K_1(x - x_0) = 0, \quad x \geq x_1 \tag{I.17}$$

Здесь коэффициент K_0 заменен на K_1:

$$K_1 = \frac{2\pi c_1 l}{m_1 R},$$

где c_1 и m_1 - жесткость ротора и масса его элемента.

Таким образом, радиальное ускорение увеличивается в точке x_1 скачком потому, что $\beta > \frac{\beta}{1+k}$ и $K_1 < K_0$; при дальнейшем расширении ротора радиальное ускорение монотонно уменьшается. Как и раньше, возможны два случая.

I. Если ускорение в конце предыдущего этапа удовлетворяет условию $\ddot{x}_1 \geqslant 0$, то после сброса оболочки оно принимает значение $\ddot{x}_{10} > \ddot{x}_1$, и радиальное движение ускоряется.

2. Если $\ddot{x}_1 < 0$, то дальнейшее движение ротора без замедления требует выполнения условия

$$\ddot{x}_{10} = F(x_1, 0) - K_1(x_1 - x_0) > 0.$$

В этом случае в положении $x = x_1$ скорость $\dot{x}$ принимает минимальное значение, что соответствует угловой точке на графике $\dot{x}(t)$.

В дальнейшем полагаем, что значения $\ddot{x}_{10}$ и $\dot{x}_{10} = \dot{x}_1$, начальные для участка упругого растяжения $x \geqslant x_1$, удовлетворяют условиям $\ddot{x}_{10} > 0$, $\dot{x}_{10} > 0$.

Интегрируя аналогично предыдущему уравнению (I.I7) в пределах x_1 и x , $\dot{x}_{10}$ и $\dot{x}$, получим выражение, определяющее скорость $\dot{x}$ на первом этапе упругого растяжения ротора в космосе:

$$\dot{x}^2 = \dot{x}_1^2 + (x - x_1)\left[\frac{q}{x x_1}\left(\beta \frac{x + x_1}{x x_1} - 2\right) - K_1(x + x_1 - 2x_0)\right], \quad x \geq x_1. \tag{I.18}$$

Уравнения (I.I7) и (I.I8) определяют ускорение и скорость ротора $\ddot{x}$ и $\dot{x}$ в зависимости от его положения x, что позволяет решить задачу об управлении движением ротора при выводе его на орбиту. Действительно, изменяя параметры β и K_1 и связанные с ними параметры V_0, m_1, C_1, можно влиять на радиальное движение ротора. Анализ условий выхода ротора на заданную орбиту и влияния на этот процесс параметра β будет приведен ниже.

Управление с помощью упругих сил, что соответствует выбору коэффициента K_1 или жесткости ротора C_1, не является эффективным. Действительно, в точке орбиты x_K радиальные ускорение и скорость должны одновременно обращаться в нуль:

$$\ddot{x}_K = \dot{x}_K = 0. \tag{I.19}$$

Эти условия невозможно выполнить одновременно, что следует из уравнений (I.I7) и (I.I8). Действительно, ускорение $\ddot{x}(x)$ изменяется монотонно, поэтому оно может обратиться в нуль на отрезке $[x_1, x_K]$ только один раз; пусть это произойдет в точке x', $x_1 < x' < x_K$. Отрицательное ускорение на второй части отрезка $[x', x_K]$ может обратить в нуль скорость $\dot{x}_K$, но при этом само будет отличным от нуля, и в дальнейшем ротор будет двигаться в обратном направлении. Когда будет пройдено положение x', ускорение станет положительным, а скорость будет убывать до нуля, после чего цикл движения повторится. Возникает колебательное движение ротора относительно положения x'.

Если же точка x', где $\ddot{x} = 0$, совпадает с точкой x_k, то скорость $\dot{x}_k$ достигнет здесь максимального значения, и ротор по инерции пройдет это положение. Дальнейшее его движение будет замедленным до остановки в некотором положении x_{2k}, при этом ускорение $\ddot{x}_{2k} < 0$, следовательно, ротор двинется в обратном направлении.

Итак, совместное действие центробежной силы, силы тяготения и упругой силы обуславливает колебательное движение ротора. Управлению движением ротора с помощью упругих сил препятствует и то обстоятельство, что деформации ротора допустимы только в сравнительно небольших пределах, что связано с реальными значениями упругих, прочностных и других характеристик материалов ротора, а амплитуды колебаний достигают больших, сравнимых с радиусом Земли, значений.

Колебательный характер радиального движения ротора приводит к необходимости использования диссипативных сил, в частности, сил сухого трения. Автором проекта ОТС для реализации такого варианта управления движением ротора с целью устранения колебаний предложено:

I. Разделение ротора на фрагменты с телескопическим соединением, что предотвращает появление больших деформаций. Число разделений зависит от радиуса заданной орбиты, размеров фрагментов и их общих частей, а также других технических особенностей конструкции ротора.

2. Подтормаживание силами сухого трения относительного перемещения фрагментов после каждого разделения. Этапы дви-

жения ротора, где действуют силы трения, назовем этапами фрикционного расширения. Значения сил трения выбираются, в основном, из условия гашения скорости радиального движения ротора и, соответственно, энергии такого движения.

3. Чередование этапов фрикционного расширения с этапами упругого растяжения ротора в допустимых пределах его деформаций.

Как показано ниже, такой способ диссипации энергии позволяет более эффективно управлять радиальным движением ротора, придавая ему неколебательный характер. При этом выполняются условия (I.19) выхода на постоянную орбиту, а также другие условия, необходимые для движения на орбите.

I.6. Динамика колебательного движения ротора

Характерные особенности динамики ротора определяются при исследовании его колебательного движения в случае свободного расширения, когда фрагменты раздвигаются или сдвигаются в телескопических соединениях без участия сил трения. При исследовании пренебрегаем влиянием атмосферы, как на радиальное, так и на вращательное движение ротора. Такая ситуация возможна, например, при старте ротора с поверхности Луны, Марса или спутников больших планет. Тогда оболочка, предназначенная для защиты ротора от воздействия атмосферы, не нужна, а ротор разделяется на фрагменты в момент начала его радиального движения.

Уравнение радиального движения ротора в этом случае имеет вид

$$\ddot{x} - F(x, 0) = 0, \quad x \geq x_0 \qquad \text{(I.20)}$$

с начальными условиями

$$x_0 = 1, \quad \dot{x}_0 = 0. \tag{I.21}$$

Интегрируя уравнение (I.20) при условиях (I.21), получим:

$$\dot{x}^2 = \frac{q}{x}(x-1)\left(\beta\frac{x+1}{x} - 2\right), \; x \geq 1,$$

или

$$\dot{x}(x) = \frac{1}{x}\sqrt{q(x-1)\left[(\beta-2)x+\beta\right]}, \; x \geq 1. \tag{I.22}$$

После разделения переменных и интегрирования определим время движения

$$t = \frac{1}{\sqrt{q}}\int_1^x \frac{x\,dx}{\sqrt{(\beta-2)x^2+2x-\beta}} \tag{I.23}$$

Интеграл в (I.23) согласно (3), вычисляется в зависящим от значения β :

?

Если $\beta < 2$, то

$$t = \frac{1}{\sqrt{q}(2-\beta)}\left\{\frac{1}{2-\beta}\left[\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{1-(2-\beta)x}{\beta-1} - \sqrt{2x-\beta-(2-\beta)x^2}\right]\right\}; \tag{I.24}$$

если $\beta > 2$, то

$$t = \frac{1}{\sqrt{q}(\beta-2)}\left\{(\beta-2)x^2+2x-\beta - \frac{1}{\beta-2}\ln\frac{\sqrt{(\beta-2)\left[(\beta-2)x^2+2x-\beta\right]}+(\beta-2)x+1}{\beta-1}\right\} \tag{I.25}$$

Наконец, если $\beta = 2$:

$$t = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{2}{q}}\,(x+2)\sqrt{x-1} \tag{I.26}$$

Анализ найденных зависимостей приводит к следующим результатам.

I. Ускорение радиального движения $\ddot{x}$, согласно (I.20), обращается в нуль в единственной точке $x = \beta$. Если $x < \beta$, то $\ddot{x} > 0$, и ротор расширяется; если $x > \beta$, то $\ddot{x} < 0$, и ротор замедляет свое движение; а при $\dot{x} > 0$ – сужается. Следовательно, устойчивая орбита, где отсутствует радиальное движение ротора, может быть только в положении $x_k = \beta$.

Используя выражение β из первого соотношения (I.7), найдем

$$V_0 = \sqrt{x_k g R} = \sqrt{x_k}\, V_1 \qquad (I.28)$$

– стартовая скорость ротора, необходимая для достижения относительной орбиты $x_k = r_k / R$. Здесь g, R, V_1 – соответственно ускорение свободного падения, радиус и первая космическая скорость небесного объекта, с которого стартует ротор (Луна, Марс и др., включая Землю, если пренебречь действием атмосферы).

2. Скорость радиального движения $\dot{x}$, определяемая соотношением (I.22), имеет более сложную зависимость от координаты x . На постоянной орбите эта скорость отсутствует, поэтому рассмотрим условие $x = 0$. Это условие выполняется в точке $x = 1 = x_0$, т.е. в начале радиального движения, что согласуется с начальными условиями (I.2I).

Обращение подкоренного выражения (I.2I) в нуль в точке $x_k = \beta$ приводит к результату $\beta = 1$, или $x_k = x_0$, следовательно, орбита совпадает в этом случае с исходным положением ротора. Значение $V_0 = V_1$, как известно, достаточно только для уравновешивания центробежной силой силы тяжести на поверхности планеты.

Если $\beta > 1$, то радиальная скорость свободного расширения ротора в положении $x_k = \beta$ отлична от нуля:

$$\dot{x}(x_k) = \sqrt{\frac{q}{\beta}}(\beta - 1) = \frac{x_k - 1}{\sqrt{x_k}} \cdot \frac{V_1}{R}$$

Размерная величина радиальной скорости имеет вид

$$V_{рад} = \dot{x}(x_k)R = \frac{x_k - 1}{\sqrt{x_k}} \cdot V_1 \qquad (I.29)$$

Эту скорость и соответствующую ей кинетическую энергию ротора в радиальном движении $\Delta T = MV_{рад}^2/2$ необходимо погасить для придания движению неколебательного характера. Используя выражения (I.28) и (I.29), найдем КПД системы на этапе вывода ротора на орбиту:

$$K_2 = \frac{T_0 - \Delta T}{T_0} = 1 - \left(\frac{V_{рад}}{V_0}\right)^2 = \frac{2x_k - 1}{x_k^2}$$

Для рассмотренного случая x_k = I,5 получим в условиях Земли: $V_{рад}$ = 0,408 V_1 = 3,23 км/с, K_2 = 0,889.

Итак, при свободном расширении ротор проходит относительную орбиту $x_k = \beta > 1$ с отличной от нуля радиальной скоростью. Характер движения зависит от соотношения величины β к значению $\beta_{кр} = 2$, называемому в дальнейшем критическим параметром β.

Если $1 < \beta < \beta_{кр}$, то радиальная скорость равна нулю в положении X_{2K}, определяемом обращением в нуль второго множителя подкоренного выражения (I.22):

$$X_{2K} = \frac{\beta}{2-\beta} = \frac{X_K}{2-X_K} . \qquad (I.30)$$

В точке X_{2K} ротор имеет нулевую радиальную скорость и отрицательное радиальное ускорение и в дальнейшем движется в обратном направлении, проходя положение X_K с отличной от нуля радиальной скоростью. Затем знак радиального ускорения изменится, движение станет замедленным и ротор остановится в положении X_0 (диссипация энергии отсутствует), после чего повторится движение в прямом направлении и т.д. Таким образом, радиальное движение ротора при его свободном расширении является колебательным в интервале $[X_0, X_{2K}]$ относительно положения $X = X_K$.

Относительная орбита X_{2K} отстоит от X_K на величину $\Delta X_{2K} = X_{2K} - X_K = \frac{\beta-1}{2-\beta} X_K$. Если $X_K = \beta = 1,5$, то $X_{2K} = 3$, $\Delta X_{2K} = 1,5$ или в размерных величинах: высота орбиты над экватором $H_K = (X_K - 1)R = 0,5R$, высота верхнего положения, где ротор остановится, $H_{2K} = 2R$; таким образом, размахи колебаний составляют: вниз от положения орбиты на 0,5 R, вверх от этого положения на 1,5 R, т.е. в три раза больше.

Время движения в зависимости от положения ротора определяется формулой (I.24). Полупериод колебаний, т.е. время движения до орбиты $X = X_{2K}$:

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{q(2-\beta)^3}}$$

В случае $X_K = \beta = 1{,}5$ период составляет приблизительно 239 мин.

Если $\beta = \beta_{KP}$, то, согласно (I.22), не существует конечного значения $X > 1$, где радиальная скорость обращается в нуль. Следовательно, ротор в этом случае удаляется на бесконечно большое расстояние, если не касаться технических вопросов реализуемости такого движения. Этот результат следует также из формулы (I.30). Время движения в зависимости от положения X определяется формулой (I.26).

Стартовая скорость, необходимая для этого варианта движения и имеющая смысл второй космической скорости для ротора, определяется согласно (I.28), для орбиты $X_K = \beta = 2$:

$$V_0 = \sqrt{2gR} = \sqrt{2}\, V_1 = V_2 .$$

Для Земли V_2 = II,2 км/с, что совпадает с известным значением второй космической скорости, при которой любой дискретный объект удаляется от Земли на бесконечность.

Таким образом, при свободном расширении в случае $\beta = \beta_{KP}$ ротор, пройдя положение $X_K = \beta_{KP}$ (где $\ddot{X} = 0$, , после чего ускорение меняет знак) нигде более не останавливается и удаляется на бесконечность. При этом скорость радиального движения, согласно (I.22) уменьшается, принимая в пределе нулевое значение.

Полученные результаты имеют принципиальное значение, так как накладывают существенные ограничения на выбор орбит роторов ОТС.

Если $\beta > \beta_{кр}$, то $V_0 > V_2$; здесь также, как и при $\beta = \beta_{кр}$ ротор при свободном расширении удаляется на бесконечность, но в этом случае радиальная скорость на бесконечности имеет значение, отличное от нуля: $\dot{x}_\infty = \sqrt{q(\beta-2)}$. Зависимость времени движения от положения определяется формулой (I.25).

В заключение отметим:

I. Действие центробежной и гравитационной сил, а также силы упругости при упругом растяжении приводят к колебательному радиальному движению ротора относительно положения орбиты. В зависимости от значения параметра β (или стартовой скорости ротора V_0) возможны случаи когда ротор расширяется неограниченно, удаляясь на бесконечность.

2. Силы трения между фрагментами или любые другие диссипативные силы, как показано ниже, меняют картину движения ротора: колебательное движение может стать затухающим или вообще неколебательным. Критическое значение параметра $\beta_{кр}$ при этом может увеличиваться, принимая любые значения, что приводит к увеличению радиусов постоянных орбит ротора и снятию указанных выше ограничений.

3. Использование диссипации энергии радиального движения возможно лишь частично, до некоторого положения ротора $x' < x_к$. Если в этом положении радиальная скорость обращается в нуль, а затем ротор свободно расширяется без влияния диссипативных сил, то он будет совершать колебания на не-

котором интервале $[x', x'']$ относительно орбиты x_k.
Такой ротор может быть транспортным средством для связи с концентрическими индустриальными комплексами, движущимися по орбитам x' и x''.

4. Описанные выше варианты, когда при радиальном движении ротор удаляется на бесконечность, можно использовать для транспортирования полезных грузов (сырья, энергии, готовой продукции и т.д.) с Луны, Марса и других небесных объектов со слабой атмосферой или вовсе без нее. После старта с поверхности таких объектов фрагменты ротора полностью отделяются друг от друга и, с некоторыми вращательной и радиальной скоростями движутся по развертывающимся спиралям. Сообщая фрагментам дополнительные импульсы, например, с помощью реактивных двигателей или солнечных парусов можно обеспечить движение фрагментов в направлении к космической индустриальной зоне Земли.

I.7. Уравнения движения ротора на участке фрикционного расширения

Как показано выше, для гашения колебательного радиального движения ротора при выводе на заданную орбиту необходимо использовать диссипативные силы. Ими могут быть силы сухого трения между фрагментами в телескопических соединениях; силы электромагнитного взаимодействия при преобразовании механической энергии в электрическую в режиме ее генерации в тех же соединениях; реактивные силы струй жидкости, взятой в качестве балласта, направленные против движения ротора; а также различные сочетания этих сил. Для гашения колебаний можно использовать также поэтапное сбрасывание частей оболочки. Наиболее рациональный способ диссипации энергии радиального движения должен удовлетворять всем требованиям технического и конструктивного характера.

Будем исследовать лишь два способа диссипации - путем использования фрикционных сил и подъема частей оболочки, а также некоторое их сочетание.

Как отмечено в п. I.I, этап упругого расширения завершается разделением ротора на фрагменты; для предотвращения резкого сжатия растянутых фрагментов вводится фрикционное торможение в их телескопических соединениях. Кроме диссипации энергии упругого растяжения ротора, фрикционные силы используются и для диссипации энергии радиального движения, придавая ему характер апериодического движения.

Пусть в положении $x_2 > x_1$ ротор разделяется на фрагменты. Таких разделений может быть несколько, допустим n, тогда каждое разделение является частичным: разделяется только n-я часть общего числа соединительных узлов ротора, предназначенных к разделению его на фрагменты. Возможны и другие способы разделения, допустим сразу во всех соединительных узлах; мы ограничимся рассмотрением указанного.

Число узлов и фрагментов, размеры фрагментов и их общих частей в телескопических соединениях должны быть расчитаны из условия возможности выхода ротора на орбиту радиуса $r_k = x_k R$. При этом должны выполняться условия:

1. Ротор не теряет целостности, т.е. фрагменты полностью не отделяются.

2. При движении по орбите фрагменты могут совершать свободные перемещения относительно друг друга, что исключает появ-

ление в них деформаций и напряжений.

После разделения ротор представляет собой систему неразделенных и раздвигающихся фрагментов, относительное перемещение которых тормозится силами трения. Силы трения могут изменяться по некоторой программе в зависимости от положения X ротора, что достигается изменением нормального давления между фрикционными элементами или коэффициента трения на разных участках.

Погашенная энергия радиального движения ротора переходит в тепловую и рассеивается затем в массе ротора и в космосе. Фрикционные элементы при этом изнашиваются, испытывая тепловые и силовые нагрузки. Поэтому представляется рациональным способ частичного и поочередного разделения ротора на фрагменты: их фрикционные элементы, отслужив на некотором участке радиального движения и, возможно, потеряв необходимые эксплуатационные свойства, в дальнейшем не используются, замещаясь другими на очередных фрагментах.

На участке фрикционного расширения имеем систему неразделившихся и раздвигающихся фрагментов с разными упругими, прочностными и другими свойствами, различными удельными массами и т.д. Кроме центробежных и гравитационных сил, пропорциональных массам элементов, на эти фрагменты действуют силы трения и упругие силы, возникающие при натяжении элементов силами трения. Для разных пар соединенных друг с другом фрагментов относительные перемещения могут быть различны. При расчете движения конкретного ротора, с заданными механическими свойствами, конкретным устройством системы разделения на фрагменты, с известными свойствами фрикционных элементов и т.д. необходимо построение полной схемы движения, вывод соответствующих дифференциальных уравнений, их анализ и решение.

При исследовании динамики движения ротора при выводе на орбиту рассмотрим модель ротора с усредненными свойствами: средним значением удельной массы, средними величинами сил трения и т.д. Натяжение элементов ротора, создаваемое силами трения, приводит к их деформации, но значительной меньшей по сравнению с деформацией на этапе упругого расширения, что следует из возможности относительного перемещения фрагментов.

Жесткости элементов неразделенного ротора и его разделенных фрагментов отличаются на несколько порядков. Для целого ротора [3]:

$$C_1 = \frac{ES_0}{L}$$

где E - модуль упругости материала ротора,

S_0 - площадь его поперечного сечения,

L - длина ротора.

Для элементов разделенного ротора

$$C_{ij} = \frac{E_i S_i}{L_{ij}},$$

где E_i, S_i - модуль упругости и площадь поперечного сечения отдельных фрагментов,

L_{ij} - расстояние между фрикционными элементами с номерами j и $j+1$ на i-ом фрагменте.

Если величины E_i, S_i сравнимы с E и S_0, то расстояние L_{ij} намного меньше общей длины ротора L. Поэтому жесткость C_{ij} на несколько порядков превышает C_1 и на отдельных участках между фрикционными элементами фрагментов ротор можно полагать нерастяжимым.

Рассмотрим, как и раньше, элемент ротора длиной ℓ = I м и массой $m_2 = m_1/X_2$ после разделения в точке X_2; кроме центробежной и гравитационной сил на концах элемента приложены силы натяжения $\bar{F}'$ и $\bar{F}''$, направленные по касательным и численно равные суммарным силам трения, действующим на фрикционные устройства фрагмента, содержащего данный элемент: $F' = F'' = F_{2\,тр}$. Действие сил $\bar{F}'$ и $\bar{F}''$ такое же, как на рис. I.I для сил упругости $\bar{S}_1$ и $\bar{S}_2$; их равнодействующая

$$F_2 = F_{2\,тр}\,\ell/r_2 = \frac{F_{2\,тр}\,\ell}{X_2 R}$$

приложена в центре элемента и направлена по радиусу противоположно радиальному движению.

Первый этап фрикционного расширения происходит из положения X_2 до положения X_3, где разделившиеся фрагменты выходят на упоры в телескопических соединениях, и далее начинается второй этап упругого расширения.

Силы трения являются внутренними силами ротора, поэтому уравнение вращательного движения (I.2) и интеграл (I.6) не изменяются и на этапе $[X_2, X_3]$. Уравнение радиального движения меняется: в правой части вместо упругих сил и их равнодействующей появляются силы трения и их равнодействующая $\bar{F}_2$. Дифференциальное уравнение радиального движения на этапе фрикционного расширения принимает вид:

$$\ddot{x} - F(x, 0) + f_2 = 0, \quad X_2 \le X \le X_3, \tag{I.31}$$

$$f_2 = \frac{F_2}{m_2 R} = \frac{F_{2тр}\, l}{m_1 R^2}.$$

Выше предполагалось, что сила трения $F_{2тр}$ изменяется в зависимости от радиального положения ротора X. Это свойство потребуется на заключительном участке перед выходом на орбиту. На первом участке фрикционного расширения будем полагать $F_{2тр}$ и f_2 постоянными. Чтобы ускорение $\ddot{X}$ стало отрицательным, и, следовательно, радиальное движение замедленным, необходимо выполнить условие

$$f_2 \geqslant F(X_2, 0).$$

Если потребовать обращения в нуль ускорения $\ddot{X}$ в некоторой точке $X' > X_2$ участка фрикционного расширения, то

$$f_2 \geqslant F(X', 0) = f_2', \quad X_2 < X' \leq X_3.$$

Для $X > X'$ ускорение отрицательно и в дальнейшем убывает.

Из условия неразрушения фрикционных элементов следует, $F_{тр} \leq F_{max}$, поэтому величина f_2 должна быть ограничена сверху:

$$f_2' \leq f_2 \leq f_{max} = \frac{F_{max}\, l}{m_1 R^2}, \tag{I.32}$$

Случай $f_2' > f_{max}$ означает, что радиальное ускорение не обращается в нуль на участке $[X_2, X_3]$.

Интегрируя (I.3I) находим зависимость радиальной скорости от положения ротора:

$$\dot{X}^2=\dot{X}_2^2+(X-X_2)\left[\frac{g}{XX_2}\left(\beta\,\frac{X+X_2}{XX_2}-2\right)-2f_2\right], \qquad (I.33)$$

$$X_2 \le X \le X_3,$$

где $\dot{X}_2^2$ определяется на конце участка упругого расширения, согласно (I.I8). Энергия упругого расширения элемента ротора, накопленная на участке $[X_0, X_2]$, может быть погашена работой сил трения на некотором участке $[X_2, X'']$, где происходит фрикционное подтормаживание. Это можно выразить равенством работ упругих сил и силы трения:

$$K_1(X_2-X_0)^2/2=f_2(X''-X_2), \quad X_2<X''<X_3,$$

где f_2 подчиняется ограничениям (I.32). Работа силы трения на участке $[X'', X_3]$ идет на диссипацию энергии радиального движения ротора.

Фрикционное расширение происходит на участке, начальная и конечная точки которого выбираются по определенному правилу; ниже предлагается один из возможных вариантов методики выбора таких точек.

I.8. Выбор участков упругого и фрикционного расширения. Динамика управляемого радиального движения ротора

Выберем чередующиеся участки упругого и фрикционного расширения ротора, применительно к задаче вывода ротора на орбиту в положение X_K = I,5, т.е. с высотой $H_K = 0{,}5\,R =$ = 3185 км. Приняв в качестве характерного размера I км подъема, что соответствует шагу $\Delta X = 1{,}57 \cdot 10^{-4}$, получим для безразмерной высоты орбиты значение $h_K = 3185\ \Delta X$.

Рис. 1.2, G

На рис. I.2 вдоль оси X, на которой откладывается безразмерный радиус ротора, приведена возможная схема участков упругого и фрикционного расширения ротора, последние выделены большей толщиной. Целые числа снизу участков - 300, 500 и т.д. - означают в размерных величинах - километры высоты; в безразмерных - число шагов ΔX.

Номера точек, разделяющих участки, подчиняются определенному правилу. Нечетные точки X_1, X_3, X_5, X_7 являются точками выхода ротора на участки упругого расширения, которые в дальнейшем обозначаются теми же номерами. Точка X_1 соответствует началу выхода ротора без оболочки на участок упругого расширения в космосе. В точке X_1 безразмерная деформация ротора $\Delta X_1' = X_1 - X_0$ отлична от нуля; в точках X_3, X_5, X_7, которые являются концами предшествующих участков фрикционного расширения, деформации равны нулю. Точка X_9 - особая точка последнего участка фрикционного расширения (см. п. I.9).

Четные точки X_2, X_4, X_6, X_8 являются точками разделения ротора на фрагменты и началом участков фрикционного расширения; последние также будут иметь четные номера. Точку $X_0 = 1$ можно включить в число четных точек, учитывая, что она является начальной на участке $[X_0, X_1]$, где вместо внутренних диссипативных сил (фрикционных) действуют внешние - силы аэродинамического сопротивления атмосферы и притяжения оболочки к Земле.

Отметим три критерия выбора точек $X_2, X_3, X_4, \ldots, X_8$ и тем самым величин участков упругого и фрикционного расширения.

Первый критерий следует из условия ограниченности относительных деформаций ротора на участках его упругого расширения. Пусть допустимая величина относительной деформации ΔX_{max} = 0,05, тогда величина участков упругого расширения определяется условием

$$\Delta X_i = \frac{L_{i+1} - L_i}{L_i} = \frac{X_{i+1} - X_i}{X_i} \leq \Delta X_{max}, \quad i = 3, 5, 7, \qquad (I.34)$$

где $L_i = 2\pi X_i R$ - длина ротора в положениях X_i.

На первом участке упругого расширения

$$\Delta X_1 = \frac{X_2 - X_0}{X_0} = 300\,\Delta X = 0,0471 < 0,05,$$

т.е. ΔX_1 также удовлетворяет ограничению (I.34). Нетрудно убедиться, что на остальных участках упругого расширения при указанных на рис. I.2. величинах это условие также выполняется.

Второй критерий связан с ограничением величины силы трения. Для погашения кинетической энергии радиального движения необходимо, чтобы сумма работ сил трения на всех участках фрикционного расширения была приблизительно равна энергии $\Delta T_2 = \frac{(X_K - 1)^2}{X_K} \frac{m V_1^2}{2}$, где вместо X надо подставить X_K. Чем больше длина фрикционных участков, тем меньше может быть величина сил трения и тем легче выполнить верхние ограничения (I.26) и тем самым обеспечить большую надежность работы фрикционных элементов. Следовательно, участки фрикционного расширения должны быть возможно длинней.

Зависимость радиальной скорости от положения ротора X упрощает определение сил трения. Пусть в точке X_2 радиальная скорость имеет значение $\dot{X}_2$; потребуем, чтобы в конце X_3 участка фрикционного расширения скорость уменьшилась, например, на $\frac{1}{4}$: $\dot{X}_3 = \frac{3}{4}\dot{X}_2$. Подставив это значение в (I.33) при $X = X_3$, находим соответствующее значение f_2. На 4 и 6-м участках фрикционного расширения величины f_4 и f_6 подсчитываются из условий

$$\dot{X}_5 = \frac{1}{2}\dot{X}_4; \quad \dot{X}_7 = \frac{1}{4}\dot{X}_6.$$

Общее правило можно было бы записать в виде

$$\dot{X}_{i+1} = \lambda_i \dot{X}_i, \quad i = 2, 4, 6, \tag{I.35}$$

где $0 \leq \lambda_i \leq 1$. Если скорость в конце этапа фрикционного расширения уменьшается в λ_i раз, то кинетическая энергия радиального движения в конце этого этапа уменьшается в λ_i^2 раз. Определяемые из (I.33) значения f_i проверяются на выполнение ограничений (I.32). Если ограничения сверху нарушаются, то пересматриваются длины участков фрикционного расширения, число разделений на фрагменты и т.д. После выхода ротора в космос, можно не вводить участки упругого расширения и использовать только фрикционное расширение на участке $[X_1, X_k]$ с заданной программой изменения коэффициента $\lambda(X)$ убывания радиальной скорости и, тем самым, энергии радиального движения ротора. Зависимость $\lambda(X)$, через которую выражается величина $f(X)$, должна при этом удовлетворять ограничениям (I.32).

Третий критерий связан с заданной высотой орбиты, от которой зависит удлинение ротора, число и длина фрагментов, их общих частей, число разделений на фрагменты и другие технические требования. Например, для выбранной на рис. I.2 схемы движения принималось, что при первом разделении ротора суммарная длина общих частей фрагментов обеспечивает увеличение его длины на величину

$$\Delta L = L_3 - L_0 = 1600\pi = 5024 \text{ км}.$$

При этом выполняется условие, по которому в конце первого этапа $[X_0, X_3]$, включающего участки упругого и фрикционного расширения, деформация ротора равна нулю. Такие же изменения длины ротора на втором и третьем этапах, несколько меньше – на четвертом.

Динамика радиального движения ротора на участках $[X_i, X_{i+1}]$, i = I,2,3,4,5,6,7, описывается уравнениями, аналогичными (I.I7), (I,I8) на участках упругого расширения (нечетные значения i) и (I.3I), (I.33) на участках фрикционного расширения (четные значения i).

На участках упругого расширения (i = I,3,5,7):

$$\ddot X = F(X, 0) - K_i(X - X_i), \quad X_i \leq X \leq X_{i+1};$$

$$\dot X^2 = \dot X_i^2 + (X - X_i)\left[\frac{q}{XX_i}\left(\beta\frac{X+X_i}{XX_i} - 2\right) - K_i(X - X_i)\right], \tag{I.36}$$

где $K_i = \dfrac{2\pi C_i l}{m_1 R}$, C_i – жесткость ротора на i -м участке. Для i = I уравнения несколько отличаются, имея вид (I.17) и (I.27).

На участках фрикционного расширения (i = 2,4,6):

$$\ddot{x} = F(x, 0) - f_i, \quad x_i \le x \le x_{i+1};$$

$$\dot{x}^2 = \dot{x}_i^2 + (x - x_i)\left[\frac{q}{x x_i}\left(\beta \frac{x + x_i}{x x_i} - 2\right) - 2 f_i\right],$$

где $f_i = \frac{F_{i\,тр}\, l}{m_1 R^2}$, $F_{i\,тр}$ - суммарная сила трения, действующая на фрагменты на i -м участке фрикционного расширения. Величины f_i определяются из условий (I.35):

$$f_i = \frac{\dot{x}_i^2}{2} \cdot \frac{1 - \lambda_i^2}{x_{i+1} - x_i} + \frac{q}{2 x_{i+1} x_i}\left(\beta \frac{x_{i+1} + x_i}{x_{i+1} x_i} - 2\right). \qquad (I.37)$$

Другие динамические характеристики ротора - время движения $t(x)$, угол поворота $\varphi(x)$ и т.д., определяются аналогично соотношениями (I.II) - (I.I6), где $u(x) = \dot{x}^2$ определяется согласно (I.36), (I.37) на каждом участке i = I,2...,7.

I.9. Движение ротора на заключительном этапе

Заключительный этап радиального движения ротора перед выходом на орбиту не может происходить в режиме упругого **или**, тем более, свободного расширения: в обоих случаях ротор будет совершать колебательное движение (см. п.п. I.5 и I.6).

Действительно, при положительной радиальной скорости и положительном ускорении в точке x_8 ротор в общем случае проходит положение X_K с отличной от нуля радиальной скоростью, что и приводит к колебаниям. Следовательно, для завершения процесса диссипации энергии и полного гашения радиальной скорости необходимо, чтобы на этом этапе радиальное ускорение было отрицательным, а это возможно в рамках принятой модели движения только в режиме фрикционного расширения. Для более эффективного управления движением ротора и возможности удовлетворения некоторым дополнительным условиям, будем считать суммарную силу трения $F_{8\,тр}$ переменной, зависящей от положения ротора X . Дифференциальное уравнение радиального движения ротора имеет вид

$$\ddot{X} - F(X,0) + f_8(X), \quad X \geq X_8 \tag{I.38}$$

Интегрируя это уравнение, получим

$$\dot{X}^2 = \dot{X}_8^2 + \frac{9}{XX_8}(X - X_8)\left(\beta\frac{X + X_8}{XX_8} - 2\right) - 2\int_0^X f_8(X)\,dX \tag{I.39}$$

Для вывода ротора на орбиту X_K требуется выполнить (I.I9)

$$\ddot{X}_K = \ddot{X}(X_K) = 0; \quad \dot{X}_K = \dot{X}(X_K) = 0. \tag{I.40}$$

При выходе на орбиту и при дальнейшем движении по ней должны выполняться еще два условия.

I. Свободное, без сопротивлений, относительное перемещение фрагментов (раздвижение и сдвижение) в их телескопических соединениях. На больших интервалах времени на ротор оказывают влияние возмущающие воздействия Луны и Солнца, вызывая периодические изменения формы и длины отдельных участков ротора.

Чтобы противодействовать негативным последствиям этих явлений следует дать возможность совершаться этим изменениям без значительных сопротивлений и, следовательно, без диссипации энергии, потери орбитальной скорости и раннего схода с орбиты. Примерно таков механизм, обеспечивающий длительное существование колец Сатурна, Урана и других больших планет.

2. Устранение в момент выхода на орбиту деформаций и напряжений фрагментов ротора.

Оба условия обеспечиваются, если потребовать обращения в нуль в положении X_K и при дальнейшем движении ротора на орбите сил трения:

$$f_8(X_K) = 0. \qquad (I.41)$$

Нарушение этого условия приведет к заклиниванию фрагментов и, как следствие, появление в них напряжений. При демонтаже ротора, например, для строительных работ, возможно резкое (ударное) из разгружение.

Условие $\ddot{X}_K = 0$ с учетом (I.38) и (I.41) приводит к результату

$$\beta = X_K, \qquad (I.42)$$

который указывает, что постоянная орбита ротора возможна только в том положении X_K, где обращается в нуль равнодействующая центробежной и гравитационной сил. Если эта равнодействующая не равна нулю, то имеется соответствующее радиальное ускорение, возникает и радиальная скорость, и, следовательно, ротор будет совершать радиальное движение.

Равенство (I.42) является необходимым условием выхода на орбиту в положении X_K. Учитывая, что $\beta = V_0^2/gR$, стартовая окружная скорость

$$V_0 = \sqrt{x_K g R} = \sqrt{x_K}\ V_1. \tag{I.43}$$

Для x_K = I,5 получим V_0 = 9,68 км/с, величина $\mu = m_0/m_1$ при этом должна быть меньше 0,5.

Определим еще орбитальную скорость ротора, используя интеграл (I.6):

$$V_{орб} = r_K \dot{\varphi}_K = \frac{V_0}{x_K} = \frac{V_1}{\sqrt{x_K}}. \tag{I.44}$$

Найденное значение $V_{орб}$ может быть проверено с помощью известного для свободного дискретного объекта массы m условия - равенства на круговой орбите радиуса r_K силы притяжения и центробежной силы:

$$mg\frac{R^2}{r_K^2} = m\frac{V_{орб}^2}{r_K},$$

откуда $$V_{орб} = \sqrt{\frac{gR^2}{r_K}} = \sqrt{\frac{gR}{x_K}},$$

что совпадает с (I.44). Если x_K = I,5, то $V_{орб}$ = 6,45 км/с.

Рассмотрим второе условие (I.40) и определим зависимость $f_8(x)$ при условии (I.4I). Разобьем участок $[x_8, x_K]$ точкой x_9 на две части; пусть на первой части $f_8 = const$, на второй части $f_8(x)$ убывает от f_8 до нуля по линейному закону:

$$f_8(x) = \begin{cases} f_8 = const, & x_8 \le x \le x_9; \\ f_8 = \dfrac{x_K - x}{x_K - x_9}, & x_9 \le x \le x_K. \end{cases} \tag{I.45}$$

В этом случае интеграл в (I.39) принимает значения:

$$J(x)=\int\limits_{x_8}^{x} f_8(x)\,dx=\begin{cases} f_8(x-x_8), & x_8\leq x\leq x_9 \\ f_8(x_9-x_8)+f_8\dfrac{x-x_9}{x_k-x_9}\times \\ \times\left[x_k-\dfrac{1}{2}(x+x_9)\right], & x_9\leq x\leq x_k. \end{cases}$$

В точке $x=x_k$ получим: $J(x_k)=\frac{1}{2}f_8(x_9+x_k-2x_8)$. Пусть $x_9=x_8+400\Delta x$; для x_k найдем $x_k=$ $=x_8+485\Delta x$; тогда

$$J(x_k)=\frac{1}{2}f_8\cdot 885\,\Delta x.$$

Величину f_8 определим из условия, чтобы в точке x_k радиальная скорость уменьшалась до нуля. Согласно (I.39),

$$\dot{x}_8^2+\frac{9}{x_k x_8}(x_k-x_8)\left(\beta\,\frac{x_k+x_8}{x_k x_8}-2\right)- \\ -885 f_8\,\Delta x=0. \qquad (I.46)$$

Отсюда определяется значение f_8 и зависимость (I.45), удовлетворяющая условиям (I.40) и (I.4I) выхода ротора на орбиту x_k .

Таким образом, условия вывода ротора ОТС на орбиту в заданном положении x_k имеют вид (I.42), (I.43). Динамика ротора на завершающем этапе определяется уравнениями (I.38), (I.39) и соотношениями (I.45), (I.46); движение ротора на орбите подчиняется условиям (I.40), (I.4I), (I.44).

Критическое значение параметра β может быть увеличено: путем подбора значений f_8, удовлетворяющих условию (3.75) при $\beta \geq 2$ и конечных значениях X_K.

I.I0. Задача о выводе ротора ОТС на орбиту. Пример

Зададим значения трех групп параметров задачи.

I. Постоянные параметры: радиус R Земли, гравитационное ускорение g на экваторе, начальная плотность ρ_0 атмосферы и др. Для модели стандартной атмосферы приняты H_a = 6665 м - пьезометрическая высота усредненной атмосферы с постоянной температурой, $\alpha_n = H_a/R$ = 955,736 - показатель степени экспоненты в формуле Галлея, определяющей убывание плотности с высотой [5,I8].

2. Параметры, определяющие положение орбиты, величину соответствующей стартовой скорости ротора, его механические свойства, аэродинамические характеристики оболочки и др.:

X_K = I,5; $V_0 = \sqrt{X_K}\, V_1 =$ 9,68·I0^3 м/с; m_1 = 25 кг, m_0 = 0,2 m_1 = 5 кг; $C_1 = ES/L$ = 42,39 Н/м, где E = = 2,I6·I0^{II} н/м^2 - - модуль упругости стали, $S = \pi d^2/4$ - площадь сечения ротора, d = 0,I м, $L = 2\pi R$ = 4·I0^7 м; $\lambda = C_x S_0/2$ = = 0,I365 м2, где C_x = 0,9 - коэффициент лобового сопротивления оболочки, $S_0 = d_0 l$ - площадь миделевого ?? сечения элемента оболочки, d_0 = 0,3 - диаметр оболочки, l = I м - длина элемента.

3. Параметры, определяющие положение участков упругого и фрикционного расширения ротора, точки разделения на фрагменты (рис. 3.2) и др.; задаем также шаг итераций на каждом из участков, коэффициенты убывания радиальной скорости в конце

40

фрикционных участков, согласно правилу (I.35): $\lambda_2 = I$; $\lambda_4 = 0,5$; $\lambda_6 = 0,25$ и т.д.

Задачу решаем без учета ограничений на силы трения типа (I.32).

На графиках представлено изменение характеристик радиального движения ротора в зависимости от его положения и заданных режимов движения на отдельных участках оси X, вдоль которой отложены значения безразмерного радиуса.

Рис. 1.3, 6

На рис. I.3 показано изменение радиального ускорения $W = \ddot{X} R$ м/с^2. На участке $[X_0, X_1]$ движения в атмосфере ускорение является результатом сложного взаимодействия нелинейных сил; наибольшее возмущение вносит аэродинамическая сила сопротивления радиальному движению оболочки. В точке X_1 выхода из атмосферы происходит сброс оболочки и скачкообразное увеличение ускорения. На первом участке упругого расширения $[X_1, X_2]$ ускорение монотонно уменьшается до точки X_2, где происходит разделение на фрагменты и начинается участок фрикционного расширения с включением постоянной по величине тормозящей силы трения, что снова приводит к скачкообразному изменению ускорения. На участке $[X_2, X_3]$ ускорение, впервые меняя знак, становится отрицательным.

Изменение W на остальных участках происходит аналогично; на заключительном участке $[X_8, X_K]$ – согласно запрограммированному в п. I.9. Вследствие малости влияния на ускорение центробежной и гравитационной сил, на участке $[X_8, X_9]$ в пределах точности чертежа ускорение постоянно. На участке $[X_9, X_K]$ ускорение меняется линейно, обращаясь в нуль в конечной точке X_K.

Из графика ускорений можно определить силу трения на фрикционных участках. Наибольшее значение достигается в точке X_4; согласно соотношениям $\Delta W_4 = f_4 R$ = 3,8 м/с^2 и $f_4 = F_{4TP} \ell / m_1 R^2$ получим: $F_{4TP} = m_1 R \Delta W_4 / \ell = 6{,}08 \cdot 10^5$ кН.

На других участках фрикционного расширения сила трения уменьшается. Усредненное значение силы трения можно определить из условия равенства ее работы на перемещении, равном сумме приращений длины ротора на фрикционных участках:

$F_{TP} \Delta L = M_1 V_{рад}^2 / 2$, где $\Delta L = 2\pi \cdot 1985 \cdot 10^3$ м,

$V_{рад}^2 = (X_K - 1)^2 V_1^2 / X_K$,

M_1 - масса ротора, откуда F_{TP} = $4{,}19 \cdot 10^5$ кН.

Если участки упругого расширения заменить фрикционными, т.е. иметь один участок фрикционного расширения $[X_1, X_K]$, то среднее значение силы трения уменьшится: $F_{TP} = 2{,}6 \cdot 10^5$ кН.

Рис. 1.4, б

На рис. I.4 представлен график изменения радиальной скорости $V = \dot{X} R$ м/с. На участках упругого расширения, где ускорение положительно, происходит увеличение скорости; в конце этапа движения в атмосфере скорость почти равна 600 м/с, наибольшее значение достигается в конце второго этапа упругого расширения - 1880 м/с.

На участках фрикционного расширения происходит либо замедление роста скорости, либо ее уменьшение по заданной программе. В точках смены режима движения, где ускорение меняется скачком, график скорости имеет угловые точки, в промежутках скорость меняется монотонно.

На заключительном участке движения радиальная скорость уменьшается, достигая в точке орбиты $x_к$ нулевого значения, что вместе с условием $W(x_к)=0$ указывает на гашение радиального движения и выхода ротора на заданную орбиту.

Рис.1.5, G

На рис. I.5 показано время $t(x)$ (в минутах) перемещения ротора из начального в текущее положение. Этот график позволяет также определять время перемещения из одного промежуточного положения в другое.

В начале движения, когда радиальная скорость невелика, время быстро нарастает, затем, на участках с наибольшими значениями скорости, рост времени замедляется. Наиболее интенсивно время возрастает на заключительном участке, когда радиальная скорость убывает, стремясь к нулевому значению. Это указывает на очень плавный подход ротора к своей орбите. Общее время движения ротора к орбите $x_к = 1{,}5$ - около 100 минут.

Обращение графика позволяет найти закон радиального движения ротора, т.е. зависимость $x = x(t)$.

Выполненный анализ задачи о выводе ротора ОТС на орбиту приводит к следующим выводам.

I. Необходимая для вывода на заданную орбиту начальная кинетическая энергия ротора избыточна, что вызывает колебания ротора относительно положения орбиты. Избыточность возникает вследствие различного характера зависимости кинетического момента и кинетической энергии ротора от начальной скорости- линейной в первом случае и квадратичной во втором.

При этом должно выполняться условие сохранения кинетического момента в любом положении ротора, в том числе начальном и конечном.

Фактор избыточной кинетической энергии является следствием общих законов природы и не может быть устранен, по крайней мере, в начале движения.

2. Возможно управление радиальным движением ротора с помощью сил, сохраняющих его кинетический момент и приводящих к диссипации избыточной энергии в процессе движения. Интересна принципиальная возможность управления движением ротора с помощью сил, изменяющих его кинетический момент, например, сил взаимодействия с магнитным полем Земли, давления солнечного света и т.п.

3. Управление радиальным движением ротора только с помощью фрикционных сил нерационально вследствие очень больших величин таких сил, что вызовет трудности в их реализации и может привести к необратимым деформациям фрагментов ротора или даже к их разрыву.

Необходимы дальнейшие исследования по выбору наиболее рационального способа диссипации энергии и изменения кинетического момента. Перспективным представляется процесс диссипации путем подъема и поэтапного сброса частей оболочки.

4. Для решения задачи о запуске на орбиту реального ротора необходима разработка более полной его модели, учитывающей весь спектр его физических, механических и других свойств, в том числе учет электромагнитных взаимодействий ротора и оболочки, разнородности механических свойств различных частей ротора и т.д. Процесс конкретизации и уточнения модели

ротора возможен, очевидно, по мере детализации конструкции ротора и его элементов.

Развитие физической модели ротора требует дальнейшей разработки математических моделей его движения, методов их анализа, синтеза систем управления движением и т.д. Результаты, полученные в данной главе, могут быть основой для построения более полных математических моделей движения ротора и начальным приближением при решении более сложных задач динамики ротора.

2. ДИНАМИКА ВЫХОДА ОТС НА ОРБИТУ С ДИССИПАЦИЕЙ ЭНЕРГИИ ЗА СЧЕТ ПОДЪЕМА ОБОЛОЧКИ

Радиальное движение ротора ОТС в космосе в общем случае является колебательным относительно положения его орбиты. Использование диссипации энергии для придания радиальному движению характера апериодического или, по крайней мере, быстро затухающего - актуальная проблема на этом этапе движения.

В предыдущей главе для диссипации использовались силы трения между фрагментами в их телескопических соединениях. Конкретные расчеты показали, что суммарные силы трения, действующие на один фрагмент, достигают $4 \cdot 10^5$ кН. Эту величину можно уменьшить примерно вдвое, если вместо чередующихся этапов фрикционного и свободного расширения ротора использовать только один - фрикционный этап. Но и в этом случае использование сил трения затруднительно по ряду причин: необходимо обеспечить эксплуатационные свойства фрикционных элементов и прочность фрагментов ротора, отводить огромные количества тепла в условиях вакуума и т.д.

В дальнейшем рассмотрим другой метод диссипации путем подъема и поэтапного сброса инертного груза, когда часть кинетической энергии радиального движения ротора переходит в потенциальную энергию поднимаемого в гравитационном поле Земли груза и затем теряется при его сбросе. В качестве такого груза можно использовать вакуумную оболочку, в которой ротор разгоняется и движется в плотных слоях атмосферы: не имея вращательного движения, она тормозит радиальное. Вместо того, чтобы сбросить ее целиком при выходе из атмосферы, можно сбрасывать по частям, как сбрасывают груз при подъеме воздушного шара. При этом отсутствует непростая проблема отвода тепла, так как оно в этом случае не возникает. Отпадает необходимость и в фрикционных устройствах.

Для определения масс сбрасываемых частей оболочки используем условия остановки ротора в его радиальном движении в моменты сброса этих частей. Условия обращения в нуль в заданных положениях радиальной скорости позволяют определить необходимые массы оболочки на предшествующих остановкам этапах движения, а также массы тех ее частей, которые необходимо сбросить, чтобы возобновилось радиальное движение на очередном этапе.

Возможен вывод на орбиту в качестве дополнительного полезного груза частей оболочки в виде дискретных ее фрагментов. На фрагментах можно поднимать негабаритные полезные грузы - пассажирские модули, научное и промышленное оборудование, строительные конструкции и т.д.

После вывода ротора с дополнительным грузом в виде частей оболочки в положение промежуточной орбиты, где радиальные скорость и ускорение одновременно обращаются в нуль, следует выравнивать их окружные скорости. Рассматриваемая система представляет собой вращающийся ротор и почти неподвижные фрагменты оболочки, удерживаемые на роторе остатками ТЛС (тягово-левитационной системы) и способные работать автономно. Угловая скорость ротора превышает расчетную для достигнутой орбиты, что необходимо для поддержания инертных грузов.

Включив ТЛС в режим торможения ротора и ускорения движения фрагментов оболочки, можно добиться выравнивания их окружных скоростей, при этом вся система переходит, вследствие изменения скорости, на новую, постоянную орбиту. Выравнивания скорости, можно управлять движением системы к постоянной орбите, что важно в том случае, если на этой орбите находится другой ротор, а подводимый служит для доставки грузов.

Таким образом, диссипация энергии радиального движения ротора при подъеме оболочки позволяет избежать проблем фрикционного торможения, поднимать на орбиту дополнительные полезные грузы, в том числе негабаритные, и, наконец, управлять процессом подхода системы к заданной орбите.

2.1. Управления движения элемента ротора-оболочки в атмосфере с учетом вращения оболочки

Движение ротора и вакуумной оболочки рассматривается по отношению к инерциальной системе отсчета $Oxyz$ с началом в центре Земли; ось Oz - ось вращения Земли, ротора и оболочки, оси Ox и Oy - в плоскости экватора.

На этапе движения в атмосфере в качестве модели ротора принимаем тонкое сплошное однородное кольцо, имеющее возможность расширяться вследствие упругого растяжения; в начальный момент ротор имеет радиус $r_0 = R$, где R - экваториальный радиус Земли, и абсолютную угловую скорость $\omega_0 = V_0/R$, где V_0 - стартовая окружная скорость, определяемая из условия выхода на заданную орбиту. Полагаем, что тонкая сплошная однородная оболочка (тор), охватывающая бесконтактно ротор и расширяющаяся вместе с ним вследствие упругого растяжения, не теряет при этом герметичности. Начальный радиус оболочки $r_0 = R$, начальная угловая скорость равна угловой скорости Ω суточного вращения Земли; начальная радиальная скорость ротора и оболочки $V_{r0} = 0$; движение системы происходит в плоскости экватора. На всех этапах подъема учитываются силы, удерживающие ротор по осевой линии оболочки и не учитываются, ввиду малости, касательные составляющие.

При движении в открытом космосе ротор и оболочка поэтапно разделяются на фрагменты; при этом фрагменты ротора имея телескопические соединения и расширясь свободно или под действием сил трения, не теряют формы кольца. Фрагменты оболочки полностью отделяются друг от друга, кроме, возможно, начального этапа и затем поэтапно сбрасываются на Землю.

Решим задачу синтеза апериодического движения системы ротор-оболочка в плотных слоях атмосферы и в открытом космосе с выходом на заданную промежуточную орбиту при условиях: вакуумная оболочка сбрасывается после выхода из атмосферы по частям; некоторые части доставляются на орбиту; в моменты сброса частей оболочки радиальная скорость системы равна нулю.

Рассмотрим движение элемента ротора с начальной длиной l и массой m и элемента оболочки той же длины и массой m_0. Выделенный элемент системы имеет три степени свободы, его положение определяют три обобщенные координаты:

r - расстояние до центра Земли, равное радиусу ротора и оболочки;

φ - угол поворота ротора вокруг оси Oz;

ψ - угол поворота оболочки вокруг оси Oz во вращательном движении, возникающем из-за суточного движения вместе с Землей в исходном положении.

Кинетическая энергия элемента системы в этом случае

$$T_K = \frac{m+m_0}{2}\dot{r}^2 + \frac{m}{2}r^2\dot{\varphi}^2 + \frac{m_0}{2}r^2\dot{\psi}^2,$$

где $\dot{r} = \frac{dr}{dt} = V_r$ – радиальная скорость элемента;

$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$; $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$ – угловые скорости ротора и оболочки.

Силы, действующие на элемент системы на этапе движения в атмосфере, определяются аналогично рассмотренным в гл. I. Касательной силой вязкого сопротивления, возникающей из-за различия вращательных движений оболочки и атмосферы, пренебрегаем ввиду ее малости.

Используя формализм Лагранжа, получим систему дифференциальных уравнений движения элемента системы в плотных слоях атмосферы на участке $[r_0, r']$:

$$(m+m_0)\ddot{r} + mr\dot{\varphi}^2 + m_0 r\dot{\psi}^2 - (m+m_0)\frac{gR^2}{r^2} - 2\pi l(c+c_0)\left(\frac{r}{R}-1\right) - \lambda\rho_0\dot{r}^2\exp\left[-\alpha_n\left(\frac{r}{R}-1\right)\right]; \quad (2.1)$$

$$m(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}) = 0; \quad (2.2)$$

$$m_0(r\ddot{\psi} + 2\dot{r}\dot{\psi}) = 0. \quad (2.3)$$

Начальные условия движения

$$r_0 = R,\ \dot{r}_0 = 0,\ \varphi_0 = 0,\ \dot{\varphi}_0 = \omega_0,\ \psi_0 = 0,\ \dot{\psi}_0 = \Omega$$

Уравнения (2.2) и (2.3) имеют первые интегралы, представляющие собой законы сохранения кинетического момента ротора и оболочки:

$$r^2\dot{\varphi} = r_0^2\omega_0 = V_0 R,$$
$$r^2\dot{\psi} = r_0^2\Omega = V_e R,$$

где $V_e = \Omega R$ – линейная скорость вращательного движения точек экватора. Отсюда

$$\dot{\varphi} = \omega_0\frac{R^2}{r^2} = \frac{\omega_0}{X^2}; \quad \dot{\psi} = \Omega\frac{R^2}{r^2} = \frac{\Omega}{X^2}, \qquad (2.4)$$

~~где $X = r/R$ – безразмерный радиус ротора-оболочки.~~

Подставляя (2.4) в (2.I) получим уравнение радиального движения системы:

$$\ddot{X} = \frac{q}{X^2}\left(\frac{\beta_0}{X} - 1\right) - K_0(X-1) - p_0\dot{X}^2 e^{-\frac{\alpha}{h}(X-1)}, \qquad (2.5)$$

где $\dot{X} = \frac{r}{R}$, $\ddot{X} = \frac{\ddot{r}}{R}$, $X' = X_0 + \Delta X$, $\Delta X = \frac{H}{R}$, $X_0 \leq X \leq X'$,

H – высота плотных слоев атмосферы;

$$q = \frac{g}{R}, \quad K_0 = \frac{2\pi l(c+c_0)}{mR(1+\mu_0)} = \frac{K}{1+\mu_0}, \quad \mu_0 = \frac{m_0}{m}, \qquad (2.6)$$

$$p_0 = \frac{\lambda_1\rho_0 R}{m(1+\mu_0)} = \frac{p}{1+\mu_0}, \quad \beta_0 = \frac{V_0^2 + \mu_0 V_e^2}{V_1^2(1+\mu_0)} = \frac{\beta + \mu_0\beta_e}{1+\mu_0},$$

$$\beta = V_0^2/V_1^2, \quad \beta_e = V_e^2/V_1^2, \quad V_1^2 = gR.$$

Здесь V_1 – первая космическая скорость. Начальные условия радиального движения системы

$$x_0 = 1, \quad \dot{x}_0 = 0. \tag{2.7}$$

Очевидное условие начала радиального движения системы $\ddot{x}(x_0) > 0$ приводит с учетом (2.5), (2.6) и (2.7) к соотношению $\beta_0 > x_0$ или

$$V_0 > V_1 \sqrt{(1+\mu_0)x_0 - \mu_0 \beta_e}. \tag{2.8}$$

Решим неравенство (2.8) относительно параметра μ_0 :

$$\mu_0 < \frac{\beta - x_0}{x_0 - \beta_e} = \frac{V_0^2 - V_1^2}{V_1^2 - V_e^2}.$$

Отсюда следует ограничение на выбор начальной массы элемента оболочки

$$m_0 < m \frac{V_0^2 - V_1^2}{V_1^2 - V_e^2}. \tag{2.9}$$

Если в (2.9) знак неравенства заменить знаком равенства, то получим значение критической массы элемента оболочки $m_0 = m_{кр}$, когда при любой стартовой скорости V_0 система не может начать радиальное движение. Например, для

V_0 = 10 км/с, V_1 = 7,8 км/с, V_e = 0,46 км/с

получим $m_{кр}$ = 0,59 m.

2.2. Динамика радиального движения системы в атмосфере

Уравнение радиального движения элемента ротора-оболочки (2.5) не содержит переменных φ и ψ. Это позволяет, несмотря на нелинейность уравнения, проинтегрировать его в квадратурах и исследовать динамику системы в плотной атмосфере, а затем в открытом космосе. Определив зависимость радиальной скорости $\dot{x}$, радиального ускорения $\ddot{x}$, времени движения t, а также, согласно (2.4), угловых скоростей $\dot{\varphi}, \dot{\psi}$ и углов φ, ψ, от положения ротора x, можно управлять движением системы ротор-оболочка, задавать параметры системы и особенность движения и выявить условия их осуществления.

Представив левую часть уравнения (2.5) в виде

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dx}\left(\frac{\dot{x}^2}{2}\right) = \frac{1}{2}\frac{du}{dx} = \frac{1}{2}u',$$

получим дифференциальное уравнение первого порядка с переменными коэффициентами относительно $u(x) = \dot{x}^2$:

$$u' + f_1(x)u = f_2(x), \tag{2.10}$$

$$f_1(x) = 2p_0 e^{-\alpha_n(x-1)}, \quad f_2 = 2\left[\frac{q}{x^2}\left(\frac{\beta_0}{x} - 1\right) - K_0(x-1)\right].$$

Учитывая, что $u_0 = \dot{x}_0^2 = 0$, решение уравнения (2.10) имеет вид [9]:

$$u(x) = \exp\left[\frac{2p_0}{\alpha_n}e^{-\alpha_n(x-1)}\right]\int_{x_0}^{x} f_2(x)\exp\left[-\frac{2p_0}{\alpha_n}e^{-\alpha_n(x-1)}\right]dx.$$

Подставляя сюда выражение $f_2(x)$ и интегрируя почленно, найдем

$$u(x) = \dot{x}^2 = 2\exp\left[\frac{2p_0}{\alpha_n}e^{-\alpha_n(x-1)}\right]\left[q\beta_0 J_1(x) - qJ_2(x) - K_0 J_3(x)\right],$$

$$J_1(x) = \int_{x_0}^{x}\exp\left[-\frac{2p_0}{\alpha_n}e^{-\alpha_n(x-1)}\right]\frac{dx}{x^3}; \quad J_2(x) = \int_{x_0}^{x}\exp\left[-\frac{2p_0}{\alpha_n}e^{-\alpha_n(x-1)}\right]\frac{dx}{x^2},$$

$$J_3(x) = \int_{x_0}^{x}(x-1)\exp\left[-\frac{2p_0}{\alpha_n}e^{-\alpha_n(x-1)}\right]dx, \quad x_0 \le x \le x'.$$

Кинематические характеристики движения системы ротор-оболочка в атмосфере описываются соотношениями

$$\dot{x} = \sqrt{u(x)}, \quad dt = \frac{dx}{\dot{x}}, \quad t(x) = \int_{x_0}^{x} \frac{dx}{\dot{x}}. \qquad (2.11)$$

Согласно уравнениям (2.4),

$$\varphi(x) = \omega_0 \int_{x_0}^{x} \frac{dx}{\dot{x}x^2}, \quad \psi(x) = \Omega \int_{x_0}^{x} \frac{dx}{\dot{x}x^2}.$$

В конечной точке этапа движения в атмосфере $x' = x_0 + \Delta x = 1 + \Delta x$, когда пренебрегается плотностью атмосферы

$$e^{-\alpha_n(x'-1)} = e^{-\alpha_n \Delta x} \to 0, \quad \exp\left[\frac{2p_0}{\alpha_n} e^{-\alpha_n \Delta x}\right] = 1,$$

откуда

$$\dot{x}(x') = \sqrt{2\left[q\beta_0 J_1(x') - qJ_2(x') - K_0 J_3(x')\right]}. \qquad (2.12)$$

Определим упругие силы, действующие в точке x' на концах элемента

$$F_{упр}(x') = 2\pi R(c + c_0)(x' - 1) = 2\pi R(c + c_0)\Delta x \qquad (2.13)$$

и равнодействующую этих сил

$$F(x') = \frac{\ell}{R} F_{упр}(x') = 2\pi\ell(c + c_0)\Delta x$$

или $$f(x') = \frac{F(x')}{(m + m_0)R} = \frac{2\pi\ell(c + c_0)}{mR(1 + \mu_0)} = \frac{K}{1 + \mu_0}\Delta x = K_0 \Delta x. \qquad (2.14)$$

2.3. Радиальное движение системы с остановкой в положении $X = X_1$

В положении $X = X' = X_0 + \Delta X$, где $\Delta X = H/R$, H – высота плотных слоев атмосферы, ротор и оболочка разделяются на фрагменты с телескопическими соединениями, при этом возможна разгерметизация оболочки. Система совершает радиальное движение со скоростью, определяемой формулой (2.12); фрагменты системы в момент разделения упруго растянуты силами (2.13) и имеют относительную деформацию ΔX.

Для предотвращения резкого сжатия растянутых фрагментов необходима компенсация упругих сил, например, силами трения между фрагментами ротора и оболочки. Определим параметр μ_0, связанную с ним стартовую массу m_0 элемента оболочки и параметры сил трения так, чтобы при радиальном движении ротор и оболочка остановились в заданном положении $X_1 > X'$, имея нулевую деформацию.

Закон изменения сил трения F_{mp} определим, потребовав равенства их упругим силам в момент разделения на фрагменты и обращения в нуль в точке X_1 вместе с упругими силами и деформациями. Исходя из этого, зададим закон изменения F_{mp} на участке $[X', X_1]$ линейной функцией:

$$F_{mp}(X) = F_{ynp}(X') \frac{X_1 - X}{X_1 - X'}, \quad X' \leq X \leq X_1.$$

С уменьшением силы F_{mp} будет уменьшаться равная ей результирующая сила упругого напряжения фрагментов ротора и оболочки, а также их упругая деформация, обращаясь в нуль в точке X_1. В этой точке равны нулю радиальная скорость и радиальное ускорение. Дальнейшее движение системы происходит в обратном направлении от положения X_1 в направлении X_0, а затем обратно. При таком колебательном движении часть энергии расходуется на преодоление сил сопротивления атмосферы и работу сил трения, при этом амплитуда колебаний уменьшается.

Чтобы не допустить обратного движения, в момент остановки системы в точке X_1 и чтобы радиальное ускорение изменило знак и система возобновила радиальное движение в сторону от Земли, предполагается сброс отдельных фрагментов оболочки. При этом ввиду отсутствия деформаций и напряжений ни ротор, ни оставшиеся на нем и поддерживаемые электромагнитными силами фрагменты оболочки не изменяют своих размеров и формы.

Существует возможность вакуумную оболочку выполнить многослойной и сброс осуществлять либо целыми слоями, либо отдельными частями этих слоев. При этом отпадают многие сложные вопросы функционирования системы ротор-оболочка, например, вопрос о локальных прогибах или изменении радиуса кривизны ротора в местах прохождения через оставшиеся фрагменты оболочки, о взаимодействиях ротора и фрагментов оболочки в точках входа и выхода из фрагмента и т.д.

Для простоты принимаем величину участка $[X', X_1]$ равной $\Delta X = X_1 - X'$. Равнодействующая сил натяжения элемента, направленная по радиусу к центру Земли, определяется аналогично (2.14):

$$f(X) = \frac{F_{тр}(X)}{R(m+m_0)} = \frac{K}{1+\mu_0}(X_1 - X) = K_0(X_1 - X).$$

Дифференциальное уравнение радиального движения элемента системы на участке $[x', x_1]$ имеет вид (2.5), но силы сопротивления атмосферы не учитываются:

$$\ddot{x} = \frac{g}{x^2}\left(\frac{\beta_0}{x} - 1\right) - k_0 (x_1 - x), \quad x' \leq x \leq x_1.$$

Здесь использованы обозначения (2.6). Интеграл имеет вид

$$\dot{x}^2(x) = \dot{x}^2(x_1) + (x - x')\left\{\frac{g}{xx'}\left(\beta_0 \frac{x + x'}{xx'} - 2\right) - k_0\left[2x_1 - (x + x')\right]\right\}, \tag{2.15}$$

где $\dot{x}(x')$ определяется формулой (2.12).

Если $\dot{x}(x_1) = 0$, то в точке x_1 обращается в нуль правая часть выражения (2.15). Подставляя сюда $\dot{x}(x')$ определяемое формулой (2.12) получим после преобразований

$$\mu_0 = \frac{\beta A_1 - A_2 - \frac{k}{g} A_3}{A_2 - \beta_e A_1}, \tag{2.16}$$

$$A_1 = J_1(x') + \frac{(x_1 + x')\Delta x}{2x_1^2 (x')^2}, \quad A_2 = J_2(x') + \frac{\Delta x}{x_1 x'}, \quad A_3 = J_3(x') + \frac{\Delta x^2}{2}.$$

Соотношение (2.16) представляет собой нелинейное уравнение для определения μ_0 , так как μ_0 входит в правую часть через величину $p_0 = \frac{p}{1 + \mu_0}$ в показателях подынтегральных экспонент в выражениях для $J_1(x')$, $J_2(x')$, $J_3(x')$.

Возможна следующая итерационная процедура решения уравнения (~~5.26~~ 2.16). Величина μ_0 близка к критическому значению $\mu_{кр} = m_{кр}/m$, когда система в исходном положении не может начать радиальное движение. Подставляя в правую часть (2.I6) $\mu_0 \approx \mu_{кр}$, получим уточненное значение μ_{0i} , которое снова подставляем в правую часть и т.д. Процесс продолжается, пока модуль разности μ_{0i} и μ_{0i-1} не превышает некоторую заданную малую положительную величину ε :

$$|\mu_{0i} - \mu_{0i-1}| \leq \varepsilon, \quad i = 1, 2, \ldots$$

Величина ε определяется из допустимой погрешности определения m_0 и соответственно M_0 - массы всей оболочки - по отношению к массе элемента ротора m и массе всего ротора M: $\mu_0 = m_0/m = M_0/M$. Например: определяя M_0 с точностью до I т при $M = 10^6$ т, получим $\varepsilon = 10^{-6}$. Вычисление μ_0 на ЭВМ показало очень быструю сходимость процесса итераций. В таблице 2.I, где в качестве примера приведены вычисления для $V_0 =$ = I0,6I2 км/с, m = 25 кг, $\mu_{кр}$ = 0,8052. Начальное значение μ_0 = 0,8037, на 4-й итерации получено решение с требуемой точностью: μ_0 = 0,7656, m_0 = I9,I398 кг.

Табл. 5.I

i	μ_{0i}
I	0.80370496
2	0.7656I654
3	0.76559303
4	0.7655930I

По физическим условиям начальный этап $[X_0, X_1]$ радиального движения системы разделяется на два участка. На участке $[X_0, X']$, где имеется плотная атмосфера, оболочка должна быть герметичной; кроме гравитационных сил, учитываются упругое напряжение ротора-оболочки и сопротивление атмосферы; начальная кинетическая энергия системы расходуется на преодоление этих сил. На втором участке $[X', X_1]$ действием атмосферы пренебрегается; в точке X' происходит разделение ротора и оболочки на фрагменты; для предотвращения резкого сжатия упруго растянутых ротора и оболочки вводятся силы трения между раздвигающимися фрагментами; кинетическая энергия системы расходуется в основном на преодоление сил тяготения.

Таким образом, часть начальной кинетической энергии теряется на этапе $[X_0, X_1]$ на преодоление сопротивления атмосферы, а также упругих и фрикционных сил и на подъем самой системы. Можно определить такую начальную массу m_0 элемента оболочки, чтобы радиальное движение тормозилось до остановки в точке X_1. Для возобновления дальнейшего движения часть Δm_1 массы элемента оболочки должна быть сброшена; величина Δm_1 определяется условиями движения на следующем этапе.

2.4. Движение ротора и оболочки на последующих этапах

Следующий этап радиального движения системы в открытом космосе происходит на отрезке $[X_1, X_2]$, где $X_2 > X_1$ - некоторое заданное значение. Если начальный этап назвать нулевым, то данный этап будет первым.

Определим такую массу Δm_1 сбрасываемой в точке части элемента оболочки, чтобы возобновив радиальное движение и подняв оставшуюся массу оболочки $m_1 = m_0 - \Delta m_1$, ротор с оболочкой остановились бы в положении x_2.

Замечание I. Наиболее рационален равномерный по всей длине сброс частей оболочки. Этот способ достигается, если оболочка многослойная и сбрасывается либо весь слой массы Δm_1, либо часть слоя, допустим нижняя, такой же массы. В случае сброса отдельных фрагментов оболочки рассматривается усредненное по длине оболочки значение массы Δm_1 сбрасываемых частей, приходящейся на выделенный элемент.

Замечание 2. На данном и последующих этапах движения системы в открытом космосе можно ввести силы трения между фрагментами ротора, а также и между фрагментами оболочки, если она многослойная и не нарушается целостность формы тора. Однако это усложняет конструкцию системы и уменьшает долю полезного груза. Возникает также проблема отвода больших количеств тепла. Поэтому ограничиваемся рассмотрением случая диссипации только за счет подъема оболочки.

Система дифференциальных уравнений движения системы на I-м этапе имеет вид:

$$(m+m_1)\ddot{r} = mr\dot{\varphi}^2 + m_1 r\dot{\psi}^2 - (m+m_1)\frac{gR^2}{r^2} \quad (2.17)$$

$$\frac{d}{dt}(mr^2\dot{\varphi}) = 0;$$

$$\frac{d}{dt}(m_1 r^2\dot{\psi}) = 0.$$

Начальные условия на I-м этапе соответствуют конечным на нулевом: запишем первые производные координат движения в точке X_1:

$$\dot{r}_1 = 0, \quad \dot{\varphi}_1 = \frac{\omega_0}{X_1^2}, \quad \dot{\psi}_1 = \frac{\Omega}{X_1^2}, \tag{2.18}$$

где $\dot{\varphi}_1$ и $\dot{\psi}_1$ аналогичны (2.4).

Законы сохранения кинетических моментов ротора и оболочки, с учетом (2.18) имеют вид:

$$\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_1 \frac{r_1^2}{r^2} = \frac{\omega_0}{X^2}, \quad \dot{\psi} = \dot{\psi}_1 \frac{r_1^2}{r^2} = \frac{\Omega}{X^2},$$

т.е. имеют форму (2.4), что и на нулевом этапе. Исключая $\dot{\varphi}$ и $\dot{\psi}$, и переходя к безразмерным (кроме времени) величинам, получаем первое уравнение (2.17) в виде:

$$\ddot{X} = \frac{q}{X^2}\left(\frac{\beta_1}{X} - 1\right); \quad X_1 \leq X \leq X_2, \tag{2.19}$$

в котором параметр β заменен на β_1:

$$\beta_1 = \frac{\beta + \mu_1 \beta_e}{1 + \mu_1}, \quad \mu_1 = \frac{m_1}{m}, \tag{2.20}$$

а q, β, β_e определяются формулами (2.6).

Интегрируя (2.19) получим выражение скорости $\dot{X}$ радиального движения системы на I-м этапе:

$$\dot{X}^2 = \frac{q}{XX_1}(X - X_1)\left(\beta_1 \frac{X_1 + X}{X_1 X} - 2\right); \quad X_1 \leq X \leq X_2.$$

Отсюда следует, что радиальная скорость $\dot{X}$ равна нулю в начале и конце I-го этапа вследствие обращения в нуль первого или второго множителей в круглых скобках. Приравнивая нулю выражение во второй скобке и учитывая (2.20), получим:

$$\mu_1 = \frac{\beta(x_1+x_2)-2x_1x_2}{2x_1x_2-\beta_e(x_1+x_2)} . \tag{2.21}$$

Отсюда находим массу m_1 оставшейся части оболочки и массу Δm_1 сбрасываемых частей в начале I-го этапа:

$$m_1 = \mu_1 m, \quad \Delta m_1 = m_0 - m_1 = (\mu_0 - \mu_1) m .$$

Подставляя (2.21) в формулу (2.20), найдем

$$\beta_1 = \frac{2x_1x_2}{x_1+x_2} .$$

Изменение радиального ускорения системы на I-м этапе имеет следующие закономерности:

I. После сброса массы Δm_1 оболочки в положении ускорение приобретает скачком положительное значение:

$$\ddot{x}(x_1) = g\,\frac{x_2-x_1}{x_1^2(x_1+x_2)} . \tag{2.22}$$

2. Ускорение затем уменьшается и обращается в нуль в точке $x = x_1' = \beta_1$, что следует непосредственно из (2.I9).

3. В конце первого этапа в точке $x = x_2$ ускорение отрицательно:

$$\ddot{x}(x_2) = -g\,\frac{x_2-x_1}{x_2^2(x_1+x_2)} . \tag{2.23}$$

Из (2.22) и (2.23) следует, что в крайних точках этапа ускорения обратно пропорциональны квадратам координат этих точек:

$$\frac{\ddot{x}(x_1)}{\ddot{x}(x_2)} = -\frac{x_2^2}{x_1^2}.$$

Радиальная скорость системы, равная нулю в крайних точках этапа, достигает максимального значения в точке x_1' :

$$\dot{x}(x_1') = (x_2 - x_1)\sqrt{\frac{q}{2x_1x_2(x_1+x_2)}}. \qquad (2.24)$$

Время движения системы $t(x)$ и углы поворота $\varphi(x)$, $\psi(x)$ определяются аналогично (2.II).

Разобьем интервал радиального движения системы ротор-оболочка до промежуточной орбиты, где одновременно обращаются в нуль радиальные скорость и ускорение, на n этапов $[x_i, x_{i+1}]$, $i = 0, 1, 2, \ldots, n-1$. На первых двух этапах движение рассмотрено, на последующих этапах, кроме последнего, оно аналогично движению на первом этапе: в начальных точках x_i происходит сброс некоторой массы Δm_i оболочки, чтобы, возобновив движение, система останавливалась в конечных точках x_{i+1} с оставшейся частью оболочки массой $m_i = m_{i-1} - \Delta m_i$.

Кинематические и другие параметры системы на i -м этапе, $i = 1, 2, 3, \ldots, n-1$ определяются аналогично параметрам первого этапа; основные из них имеют вид:

$$\ddot{x} = \frac{q}{x^2}\left(\frac{\beta_i}{x} - 1\right), \quad \dot{x}^2 = \frac{q(x-x_i)}{xx_i}\left(\beta_i\frac{x+x_i}{xx_i} - 2\right); \qquad (2.25)$$

$$\beta_i = \frac{\beta + \mu_i\beta_e}{1+\mu_i} = \frac{2x_ix_{i+1}}{x_i+x_{i+1}}; \quad \mu_i = \frac{m_i}{m} = \frac{\beta(x_i+x_{i+1}) - 2x_ix_{i+1}}{2x_ix_{i+1} - \beta_e(x_i+x_{i+1})},$$

$$x_i \leq x \leq x_{i+1}.$$

В крайних точках этапов радиальное ускорение отлично от нуля, а скорость обращается в нуль. Отсюда следует, что регулируя массы сбрасываемых и остающихся на роторе частей оболочки, невозможно одновременное обращение в нуль радиального ускорения и радиальной скорости, необходимое для выхода системы на промежуточную орбиту. Однако можно достигнуть как угодно малых значений радиальной скорости системы. Действительно, максимальная величина скорости в промежуточных точках $x_i' = \beta_i$, где ускорение меняет знак, определяется по формуле (2.24), в которой индексы I и 2 заменяются на индексы x_i и x_{i+1}. Отсюда следует, что скорость убывает с приближением к конечной точке вследствие увеличения x_i и x_{i+1}, но в еще большей степени она может быть уменьшена путем уменьшения длины этапов $x_{i+1} - x_i$. Если в некоторой точке x_i прервать процесс сброса частей оболочки, то при нулевой радиальной скорости и отрицательном ускорении, в этом положении система начнет движение в обратном направлении и затем станет совершать медленные колебания относительно положения в котором $\ddot{x} = 0$, с отклонениями до крайних точек x_i и x_{i+1} соответствующего этапа. Чем меньше длина этапа, тем с большей вероятностью можно вывести систему на промежуточную орбиту в положение x_i'. Постоянная орбита достигается затем путем выравнивания окружных скоростей ротора и оставшихся частей оболочки, как будет показано в п. 2.7.

Апериодический процесс вывода системы на промежуточную орбиту обеспечивается действием другого диссипирующего фактора рассмотренного в следующем параграфе.

В заключении отметим, что можно поставить задачу о непрерывном изменении массы оболочки и определении соответствующей картины радиального движения системы, т.е. рассмотреть задачу о движении системы с переменной массой.

2.5. Движение системы на последнем этапе

На заключительном этапе $[x_{n-1}, x_n]$ движения необходимо обеспечить одновременное обращение в нуль в конце этапа радиального ускорения и радиальной скорости системы. При этом в начале этапа ускорение должно быть положительным, чтобы система начала движение с нулевой начальной скоростью, затем, изменив знак, стать отрицательным, чтобы гасить набранную скорость и стать нулевым вместе со скоростью в точке x_n.

Положительного ускорения в точке x_{n-1} можно добиться последним сбросом части оболочки. При этом сбрасываемая и оставшаяся массы должны обеспечить обращение в нуль составляющей ускорения от действия центробежной и гравитационной сил. Обозначим массу оставшейся части элемента оболочки m_{n-1} и введем параметр $\mu_{n-1} = m_{n-1}/m$, тогда это условие принимает вид

$$\frac{\beta_{n-1}}{x_n} - 1 = 0, \tag{2.26}$$

где $\beta_{n-1} = \dfrac{\beta + \mu_{n-1}\beta_e}{1+\mu_{n-1}}$. Здесь m_{n-1} – усредненное по длине ротора значение остаточной массы оболочки, приходящейся на элемент ротора исходной массы m, т.е. $m_{n-1} = M_{n-1} \ell_{n-1}/L_{n-1}$, где M_{n-1} – остаточная масса оболочки, $\ell_{n-1} = x_{n-1}\ell$, $L_{n-1} = x_{n-1} L$ – длина соответственного элемента и всего ротора в положении x_{n-1}.

Решая (2.26) относительно $\beta = V_0^2/V_1^2$, получим

$$\beta = (1+\mu_{n-1})x_n - \mu_{n-1}\beta_e. \qquad (2.27)$$

Отсюда находим исходную окружную скорость ротора V_0 , необходимую для обеспечения выхода системы в положение x_n с подъемом остаточной массы элементов оболочки m_{n-1}:

$$V_0 = V_1\sqrt{(1+\mu_{n-1})x_n - \mu_{n-1}\beta_e}. \qquad (2.28)$$

Формулы (2.27) и (2.28) являются обобщением формул (I.42) и (I.43) главы I на случай подъема инертной массы оболочки $m_{n-1} = \mu_{n-1} m$, совпадая с ними при $\mu_{n-1} = 0$.

Радиальная скорость на последнем этапе гасится составляющей ускорения от сил трения между фрагментами ротора в их телескопических соединениях. Пусть натяжения элемента ротора от сил трения, приложенные на концах элемента, равны силе $F_{mp}(x)$, зависящей от положения элемента. Равнодействующая этих сил, приложенная в центре элемента и направленная по радиусу к центру Земли, определяется, как в гл. I:

$$F(x) = F_{mp}(x)\frac{l_{n-1}}{r_{n-1}} = F_{mp}(x)\frac{l}{R},$$

или
$$f(x) = F_{mp}(x)\frac{l}{mR^2(1+\mu_{n-1})}. \qquad (2.29)$$

Дифференциальное уравнение радиального движения элемента системы на последнем этапе имеет вид

$$\ddot{x} = \frac{g}{x^2}\left(\frac{\beta_{n-1}}{x} - 1\right) - f(x), \quad x_{n-1} \le x \le x_n.$$

Для обращения в нуль радиальной скорости используем линейную зависимость $F_{mp}(x)$ и $f(x)$ от координаты x. Пусть некоторая внутренняя точка x_* этапа $[x_{n-1}, x_n]$ которую можно задать произвольно, делит этот этап на части $\Delta x_1 = x_* - x_{n-1}$ и $\Delta x_2 = x_n - x_*$. Тогда $f(x)$ представим в виде

$$f(x) = \begin{cases} f_* \dfrac{x - x_{n-1}}{\Delta x_1}; & x_{n-1} \le x \le x_* \\ f_* \dfrac{x_n - x}{\Delta x_2}; & x_* \le x \le x_n, \end{cases}$$

где постоянная f_* – наибольшее значение $f(x)$ в точке x_*. При этом $f(x)$ на концах этапа обращается в нуль, и в положении x_n равно нулю полное радиальное ускорение $\ddot{x}$.

Радиальная скорость системы определяется из соотношения

$$\dot{x}^2 = \frac{g}{x x_{n-1}} (x - x_{n-1}) \left(\beta_{n-1} \frac{x + x_{n-1}}{x x_{n-1}} - 2 \right) - a(x), \quad (2.30)$$

$$a(x) = \begin{cases} \dfrac{f_*}{2\Delta x_1} (x - x_{n-1})^2; & x_{n-1} \le x \le x_* \\ \dfrac{f_*}{2} \left[\Delta x_1 + \dfrac{(x - x_*)(2x_n - x - x_*)}{\Delta x_2} \right]; & x_* \le x \le x_n. \end{cases} \quad (2.31)$$

В конечном положении x_n радиальная скорость $\dot{x}$ равна нулю; отсюда, учитывая (2.26), (2.30) и (2.31), найдем

$$f_* = 2g \frac{x_n - x_{n-1}}{x_{n-1}^2 x_n},$$

после чего динамика радиального движения системы на последнем этапе полностью определяется.

С учетом (2.29) максимальное значение натяжения элемента от сил трения между фрагментами ротора

$$F_{*} = \frac{2mg(1+\mu_{n-1})R}{\ell X_{n-1}^{2} X_{n}} (X_n - X_{n-1})$$

Эту величину можно регулировать: чем меньше разность $X_n - X_{n-1}$, тем меньше F_{*}, достигая значений, близких к весу элемента системы $mg(1+\mu_{n-1})$ при условии $R(X_n - X_{n-1})/\ell X_{n-1}^2 X_n \to 1$.

Массовый коэффициент полезного действия системы, определяется как отношение поднятой массы к исходной:

$$\eta = \frac{m + m_{n-1}}{m + m_0} = \frac{1+\mu_{n-1}}{1+\mu_0} = \frac{X_0}{X_n}, \qquad (2.32)$$

Величина η близка к единице для низких орбит и уменьшается для более высоких, что аналогично поведению энергетического КПД. В любом случае она намного превосходит соответствующую величину для ракетных систем.

2.6. Зависимость между параметрами системы на начальном и заключительном этапах

Для начала радиального движения системы требуется выполнение условия (2.8); для вывода системы с параметром остаточной массы оболочки $\mu_{n-1} = m_{n-1}/m$ (при этом $\mu_{n-1} < \mu_0 = m_0/m$) в положение промежуточной орбиты X_n требуется выполнение условия (2.28). Из сопоставления правых частей получим неравенство

$$(1+\mu_{n-1})x_n-(1+\mu_0)x_0>-(\mu_0-\mu_{n-1})\beta_e.$$

Правая часть здесь отрицательна, поэтому полученное неравенство выполняется, в частности, если левая часть равна нулю:

$$(1+\mu_n)x_n=(1+\mu_0)x_0. \tag{2.33}$$

Здесь учтено, что масса m_{n-1} на этапе $[x_{n-1}, x_n]$ не меняется, т.е. $m_{n-1}=m_n$, $\mu_{n-1}=\mu_n$.

Из (2.33) следует обратная пропорциональность масс и расстояний. Умножив обе части (2.33) на массу m элемента ротора, получим

$$(m+m_n)x_n=(m+m_0)x_0. \tag{2.34}$$

Это соотношение имеет простую механическую интерпретацию. Произведение массы элемента на расстояние до некоторого центра является статическим моментом инерции, а зависимость (2.34) представляет собой условие равенства моментов инерции элементов системы в конечном x_n и начальном x_0 положениях относительно центра Земли (рис. ~~5~~2.I.).

2.1

В точке x_0 ордината $m+m_0$ равна сумме начальных масс элементов ротора и оболочки, а ордината $m+m_{кр}$, где $m_{кр}=\mu_{кр}m$ - сумме начальной и критической массе оболочки.

В точке x_n ордината равна сумме конечных масс $m+m_n$. Соотношение (2.34) или (2.33) можно интерпретировать, как правило сохранения моментов масс, сосредоточенных в точках x_0 и x_n рычага с опорой в центре Земли. О рычаге таких масштабов мечтал еще Архимед.

Точки X_n и X_0 можно выбирать произвольно, что
23 V следует из правила небесной механики [23], поэтому все точки прямой, проходящей через концы отмеченных вертикальных отрезков, должны подчиняться правилу сохранения моментов инерции (2.34). Уравнение этой прямой имеет вид

$$m(X) = m + m_0 - (m_0 - m_n)\frac{X - X_0}{X_n - X_0} \qquad (2.35)$$

и представляет собой закон линейного изменения массы оболочки при непрерывном сбросе ее частей. Эта линия аппроксимирует ступенчатый график изменения массы оболочки при дискретном сбросе ее частей и характеризует изменение масс оболочки в зависимости от положения системы. Зависимости (2.28), (2.32) и (2.33) использованы при составлении табл. 5.2, в которой показана зависимость начальных и конечных параметров системы.
1,5 V Для заданного положения промежуточной орбиты $X_n = 1{,}5$ и шести указанных в таблице значений коэффициента μ_n остаточной массы оболочки определены следующие параметры: μ_0 – коэффициент начальной массы оболочки; $\mu_{кр}$ – коэффициент критической массы оболочки; $\Delta\mu = \mu_0 - \mu_n$ – коэффициент изменения массы оболочки; $\eta_1 = \Delta\mu / \mu_n$ – отношение сброшенной массы к остаточной; $\eta_2 = \Delta\mu / \mu_0$ – отношение сброшенной массы к начальной; V_0 – необходимая начальная окружная скорость ротора; $\beta = V_0^2 / V_1^2$ – коэффициент орбиты. Материальный КПД системы во всех шести случаях одинаков:

$$\eta = \frac{1 + \mu_n}{1 + \mu_0} = \frac{X_0}{X_n} = \frac{2}{3}.$$

Одинаковым оказывается также расход энергии на (подъем) I кг массы полезного груза (без учета потерь в ТЛС):

$$\gamma = \frac{T_*}{m+m_n} = \frac{V_0^2}{2(1+\mu_n)} \approx \frac{V_1^2}{2} x_n ,$$

где T_* – кинетическая энергия системы, ~~где~~ V_0 – приближенное значение (2.28), при котором $\beta_e \approx 0$. С изменением орбиты удельный расход меняется пропорционально координате x_n.

Табл. 2.2

μ_n	0,I	0,5	I,0	I,5	2,0	3,0
μ_0	0,65	I,25	2,00	2,75	3,50	5,00
$\mu_{кр}$	0,693	I,309	2,074	2,852	3,609	5,I47
$\Delta\mu$	0,55	0,75	I,00	I,25	I,50	2,00
η_1	5,5	I,5	I,0	0,83	0,75	0,67
η_2	0,846	0,6	0,5	0,455	0,429	0,40
V_0, км/с	I0,I5	II,85	I3,675	I5,288	I6,746	I9,335
γ, кВт·час/кг	I3,008	I3,002	I2,987	I2,985	I2,983	I2,98I
β	I,6497	2,2483	2,9966	3,7449	4,4932	5,99

Из табл. 2.2 следует, что некоторые величины растут с возрастанием остаточной массы, но медленно; к ним относится начальная и критическая масса, коэффициент изменения массы, начальная скорость ротора V_0 и коэффициент орбиты. Отношения сброшенной массы к остаточной и начальной массам оболочки – убывают, при этом первая величина – значительно. Таким образом, массовые характеристики улучшаются с увеличением остаточной массы оболочки, а удельный расход энергии, подсчитанный по формуле $\gamma = \dfrac{V_0^2}{2(1+\mu_n)}$, остается почти постоянным.

При выходе на промежуточную орбиту X_n ротор и оболочка имеют угловые скорости вращательного движения

$$\dot{\varphi}_n = \frac{\omega_0}{X_n^2}, \qquad \dot{\psi}_n = \frac{\Omega}{X_n^2} \tag{2.36}$$

Соответствующие линейные скорости

$$V_n = \dot{\varphi}_n X_n R = \frac{V_0}{X_n}, \qquad V_{en} = \dot{\psi}_n X_n R = \frac{V_e}{X_n}. \tag{2.37}$$

Учитывая формулу (2.28) для V_0 , получим

$$V_n = \frac{V_1}{X_n}\sqrt{(1+\mu_n)X_n - \mu_n \beta_e}$$

или, пренебрегая малой величиной β_e,

$$V_n \approx V_1 \sqrt{\frac{1+\mu_n}{X_n}}. \tag{2.38}$$

Итак, скорость ротора при движении на промежуточной орбите зависит как от положения орбиты, так и от величины остаточной массы оболочки. Из сравнения (2.38) с формулой (I.44) для случая, рассмотренного в главе I, когда оболочка сбрасывается целиком, следует, что значение V_n больше, чем $V_{орб}$ в $\sqrt{1+\mu_n}$ раз и совпадает с ним при $\mu_n = 0$. Это объясняется тем, что в исследуемом случае ротор, играя роль силового элемента, необходим не только для подъема, но и поддержания на орбите инертной массы оболочки.

Найдем кинетический момент и кинетическую энергию системы на промежуточной орбите:

$$L_n = m r_n^2 \dot{\varphi}_n + m_n r_n^2 \dot{\varphi}_n = (m V_0 + m_n V_e) R,$$

$$T_n = \frac{m V_n^2}{2} + \frac{m_n V_{en}^2}{2} = \frac{m V_0^2 + m_n V_e^2}{2 x_n^2}.$$

Эти же величины в момент старта системы

$$L_0 = (m V_0 + m_0 V_e) R, \qquad T^0_{сист} = \frac{1}{2}\left(m V_0^2 + m_0 V_e^2\right).$$

Потери при выходе на промежуточную орбиту составляют

$$\Delta L = L_0 - L_n = (m_0 - m_n) V_e R,$$

$$\Delta T = T^0_{сист} - T_n = \frac{m V_1^2}{2}\left[\beta\left(1 - \frac{1}{x_n^2}\right) + \beta_e\left(\mu_0 - \frac{\mu_n}{x_n^2}\right)\right].$$

~~Потеря~~ Уменьшение кинетического момента происходит только вследствие сброса части $m_0 - m_n$ массы оболочки. Причины ~~потери~~ Уменьшения кинетической энергии различны и являются следствием, главным образом, подъема масс ротора и части оболочки на орбиту, поэтапного сброса частей оболочки, а также преодоления сопротивления атмосферы, сил трения и упругости.

Учитывая формулу (2.27) для β, найдем

$$\Delta T = \frac{m V_1^2}{2}\left[(1 + \mu_n)\left(x_n - \frac{1}{x_n}\right) + \beta_e(\mu_0 - \mu_n)\right].$$

Если пренебречь здесь вторым слагаемым, то

$$\Delta T \approx \frac{m V_1^2}{2}(1 + \mu_n)\left(x_n - \frac{1}{x_n}\right).$$

Вычислим работу по подъему ротора и оболочки на орбиту x_n, при этом для массы оболочки принимаем среднее значение $\frac{1}{2}(m_0+m_n)$:

$$A(G)=\left[m+\frac{1}{2}(m_0+m_n)\right]gR^2\int_{r_0}^{r_n}\frac{dr}{r^2}=\frac{mV_1^2}{2}(2+\mu_0+\mu_n)\left(\frac{1}{x_0}-\frac{1}{x_n}\right).$$

Согласно закона сохранения ~~баланса~~ энергии имеем, не учитывая малые величины других работ, $\Delta T = A(G)$; отсюда пренебрегая величиной βe после преобразований, получим соотношение (2.33) другим путем найденное ранее.

Полученные соотношения позволяют:

- наглядно и просто находить зависимость начальной и конечной (остаточной) масс оболочки с учетом положения промежуточной орбиты;
- с позиций общего закона сохранения энергии получить подтверждение принципиальной возможности диссипации энергии радиального движения ротора за счет подъема частей оболочки;
- поставить задачу о диссипации энергии радиального движения при непрерывном изменении массы оболочки, используя закон линейного изменения массы оболочки (2.35). При этом ожидаются лучшие характеристики движения системы; в частности, путем ликвидации промежуточных остановок общее время движения можно резко сократить.

2.7. Динамика системы при выходе на постоянную орбиту

Как следует из (2.36) и (2.37), угловые и линейные скорости ротора и оставшейся части оболочки резко отличаются после выхода системы на промежуточную орбиту в положение x_n.

Для выполнения монтажных работ, промышленного производства, обмена грузами с другими системами и т.д., необходимо предварительно обеспечить выравнивание вращательных скоростей ротора и оболочки.

Рассмотрим электромагнитные силы, которые могут возникать в остатках ТЛС при относительном движении ротора и частей оболочки. Полагаем, что эти силы взаимодействия линейно зависят от разности скоростей

$$F_{эм} = \sigma r(\dot{\varphi} - \dot{\psi}), \tag{2.39}$$

замедляют скорость элемента ротора и увеличивают скорость элемента оболочки. Согласно теореме об изменении кинетического момента, для элементов ротора и оболочки запишем уравнения

$$\frac{d}{dt}(mr^2\dot{\varphi}) = -\sigma r^2(\dot{\varphi} - \dot{\psi}), \quad \frac{d}{dt}(m_n r^2 \dot{\psi}) = \sigma r^2(\dot{\varphi} - \dot{\psi}). \tag{2.40}$$

Начальные условия движения на этом этапе определяются, согласно (2.36).

Уравнения вида (2.40) приводят к интегралу, представляющему собой закон сохранения кинетического момента системы. С учетом (2.36) после некоторых упрощений найдем

$$\dot{\varphi} + \mu_n \dot{\psi} = \frac{r_n^2}{r^2}(\dot{\varphi}_n + \mu_n \dot{\psi}_n). \tag{2.41}$$

Разделив уравнение (2.40), записанное для элемента ротора, на m , и аналогичное уравнение, записанное для элемента оболочки на m_n , вычтя из первого, получим уравнение с разделяющимися переменными

$$\frac{d}{dt}\left[(\dot{\varphi} - \dot{\psi})r^2\right] = -\delta(\dot{\varphi} - \dot{\psi})r^2;$$

где $\delta = \partial \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m_n} \right)$. Решение его имеет вид

$$\dot{\varphi} - \dot{\psi} = \frac{r_n^2}{r^2} \left(\dot{\varphi}_n - \dot{\psi}_n \right) e^{-\delta t}. \qquad (2.42)$$

Отсюда следует, что равные значения угловых скоростей достигаются за бесконечный промежуток времени, что обычно при линейной зависимости сил взаимодействия типа (2.39). Однако процесс выхода на постоянную орбиту осуществим за конечный интервал времени: когда скорости ротора и частей оболочки мало отличаются, можно включить тормозные устройства другого типа, например, механические.

Из соотношения (2.4I) получим

$$\dot{\varphi}_K = \dot{\psi}_K = \frac{r_n^2}{r_K^2} \; \frac{\dot{\varphi}_n + \mu_n \dot{\psi}_n}{1 + \mu_n}. \qquad (2.43)$$

где индексом K обозначены конечные значения переменных величин.

С другой стороны, из условия равенства на конечной орбите центробежной и гравитационной сил находим

$$\dot{\varphi}_K = \dot{\psi}_K = \frac{R}{r_K} \sqrt{\frac{g}{r_K}} \qquad (2.44)$$

Решая уравнения (2.43) и (2.44), используя при этом обозначения (2.6) и соотношения (2.28), (2.36), определим окончательно параметры системы при ее движении на постоянной орбите:

$$r_K = \frac{(V_0 + \mu_n V_e)^2}{V_1^2 (1 + \mu_n)^2} R = \left(\frac{\sqrt{\beta} + \mu_n \sqrt{\beta_e}}{1 + \mu_n} \right)^2 R \qquad (2.45)$$

$$\dot{\varphi}_K = \dot{\psi}_K = g V_1^2 \left(\frac{1 + \mu_n}{V_0 + \mu_n V_e} \right)^3 = \frac{g}{V_1} \left(\frac{1 + \mu_n}{\sqrt{\beta} + \mu_n \sqrt{\beta_e}} \right)^3. \qquad (2.46)$$

$$V_K = \dot\varphi_K r_K = \frac{gR}{V_1}\frac{1+\mu_n}{\sqrt{\beta}+\mu_n\sqrt{\beta_e}} = V_1\frac{1+\mu_n}{\sqrt{\beta}+\mu_n\sqrt{\beta_e}}, \quad (2.47)$$

где $\beta = \frac{V_0^2}{V_1^2}(1+\mu_n)x_n - \mu_n\beta_e, \; \beta_e = \frac{V_e^2}{V_1^2}, \; V_1^2 = gR.$

Пренебрегая малой величиной β_e, получим также приближенные значения:

$$r_K = \frac{x_n R}{1+\mu_n} = \frac{r_n}{1+\mu_n}, \quad (2.48)$$

$$\dot\varphi_K = \dot\psi_K = \frac{g}{V_1}\left(\frac{1+\mu_n}{x_n}\right)^{3/2} = \sqrt{gR}\left(\frac{1+\mu_n}{r_n}\right)^{3/2}, \quad (2.49)$$

$$V_K = V_1\sqrt{\frac{1+\mu_n}{x_n}} = V_1\sqrt{(1+\mu_n)\frac{R}{r_n}} \quad (2.50)$$

Определим радиальное перемещение системы на этапе выравнивания скоростей, используя приближенное значение r_K:

$$\Delta r = r_n - r_K = \frac{\mu_n}{1+\mu_n} r_n.$$

Эта величина неотрицательна, поэтому радиус постоянной орбиты r_K в общем случае меньше радиуса промежуточной орбиты r_n, и система в процессе выравнивания скоростей движется назад, по направлению к Земле. Если $\mu_n = 0$, т.е. вся масса оболочки сброшена, то $\Delta r = 0$, и орбиты совпадают. При больших величинах μ_n смещение орбит Δr достигает значений, близких к r_n.

Для определения изменения линейной скорости ротора используем формулы (2.37) и (2.47):

$$\Delta V = V_n - V_K = V_1\frac{\mu_n\sqrt{\beta_e}\left(\sqrt{\beta}-\sqrt{\beta_e}\right)}{x_n\sqrt{\beta}+\mu_n\sqrt{\beta_e}}.$$

Вследствие того, что $\beta > \beta_e$ в общем случае разность ΔV также отрицательна. Этот странный, на первый взгляд, результат имеет следующее объяснение. На промежуточной орбите, более высокой, чем конечная, ротор должен поддерживать за счет центробежной силы инертную массу остатков оболочки, поэтому скорость его больше, чем это необходимо для самостоятельного движения. На постоянной орбите скорость ротора уменьшается вследствие того, что оболочка получила от ротора часть кинетического момента и теперь сама себя поддерживает, а затем скорость увеличивается вследствие снижения орбиты. Первое изменение, очевидно, больше второго.

Если $\mu_n = 0$, то, как и в первом случае $\Delta V = 0$. Если пренебречь малой величиной β_e, то получим $\Delta V \approx 0$ или $V_k \approx V_n$, хотя орбита может измениться на конечную величину. Очевидно, изменения скорости ротора от двух противоположно действующих факторов происходят почти в равной степени.

Решая (2.45) относительно V_0, найдем соотношение между положением конечной орбиты $r_k = x_k R$, остаточной массой оболочки $m_n = \mu_n m$ и начальной скоростью ротора V_0:

$$V_0 = V_1\left[(1+\mu_n)\sqrt{x_k} - \mu_n\sqrt{\beta_e}\right].$$

На этапе выравнивания скоростей движение системы описывается дифференциальными уравнениями первого порядка относительно параметров φ и ψ, которые получены при разделении уравнений (2.4I) и (2.42) с использованием начальных условий (2.36)

$$\dot{\varphi} = \frac{V_0 + \mu_n V_e + \mu_n (V_0 - V_e) e^{-\delta t}}{(1+\mu_n) R} \cdot \frac{1}{x^2},$$

$$\dot{\psi} = \frac{V_0 + \mu_n V_e - (V_0 - V_e) e^{-\delta t}}{(1+\mu_n) R} \cdot \frac{1}{x^2} \quad (2.5I)$$

и уравнением второго порядка относительно радиальной координаты

$$\ddot{x} = \frac{1}{x^2}\left[\frac{(V_0 + \mu_n V_e)^2 + \mu_n (V_0 - V_e)^2 e^{-2\delta t}}{(1+\mu_n)^2 R^2} \cdot \frac{1}{x} - g\right], \quad (2.52)$$

которое получено после исключения $\dot{\varphi}$ и $\dot{\psi}$ с помощью соотношений (2.5I) из уравнения радиального движения:

$$(m+m_n)\ddot{r} = m r \dot{\varphi}^2 + m_n r \dot{\psi}^2 - (m+m_n) g \frac{R^2}{r^2}.$$

Используя обозначения (2.6), уравнению (2.52) можно придать вид, аналогичный уравнению (2.25) радиального движения на промежуточном этапе

$$\ddot{x} = \frac{g}{x^2}\left(\frac{\beta_K(t)}{x} - 1\right), \quad (2.53)$$

где переменный параметр $\beta_K(t)$ имеет вид

$$\beta_K(t) = \frac{(\sqrt{\beta} + \mu_n \sqrt{\beta_e})^2 + \mu_n (\sqrt{\beta} - \sqrt{\beta_e})^2 e^{-2\delta t}}{(1+\mu_n)^2}.$$

Радиальное ускорение $\ddot{x}$ обращается в нуль при $t \to \infty$; из (2.53) получим в этом случае зависимость (2.45).

Интегрирование системы уравнений (2.5I) - (2.52) возможно численными методами. Если известны текущее и конечное значения радиального ускорения $\ddot{x}$, можно дать оценку промежутку времени t_K от начала исследуемого этапа, когда ускорение отличается от нулевого значения на заданную малую величину $\tau > 0$:

$$\frac{q}{x_K^2}\left(\frac{\beta_K(t_K)}{x_K} - 1\right) \leqslant \tau.$$

При этом полагаем, что положение орбиты $x(t_K)$ практически не отличается от конечного положения x_K. После преобразований получим оценку времени движения системы

$$t_K \geqslant -\frac{1}{2\delta} \ln \frac{\tau\left(\sqrt{\beta} + \mu_n\sqrt{\beta_e}\right)^6}{q\,(1+\mu_n)^4\left(\sqrt{\beta} - \sqrt{\beta_e}\right)^2}.$$

Пренебрегая величиной β_e по сравнению с β, найдем более простую оценку

$$t_K \geqslant -\frac{1}{2\delta} \ln \frac{\tau\beta^2}{q\,(1+\mu_n)^4}.$$

Используя соотношение (2.27), получим в том же приближении

$$t_K \geqslant \frac{1}{2\delta} \ln \frac{gR}{\tau r_K^2} = \frac{1}{2\delta} \ln \frac{V_1^2}{\tau r_K^2}.$$

Таким образом, оценка времени выравнивания скоростей ротора и частей оболочки зависит от значений r_K - положения конечной орбиты, и τ - точности приближения радиального ускорения к нулевому значению.

2.8. Задача о выводе системы на промежуточную орбиту

Для исследования рассматриваемого метода диссипации энергии радиального движения за счет подъема частей оболочки составлена программа и просчитан пример вывода системы на промежуточную орбиту высотой 3200 км над экватором.

Как и в примере п.I.I0 зададим три группы параметров.

I. Постоянные параметры, значения которых такие же, как и в п. I.I0.

2. Параметры промежуточной орбиты: x_n = I,502655, μ_n = 0,2. Соответствующая величина начальной скорости ротора V_0 = I0,6I2 км/с; остальные параметры имеют те же значения, что и в п. I.I0.

3. Параметры, зависящие от координат промежуточных этапов: высота плотной атмосферы H = I00 км (x' = I,0I57); высота, где происходит первый останов системы и сброс части оболочки H_1 = 200 км (x_1 = I,0354). Остальные 3000 км разбиты на 5 этапов по 600 км, в начале и конце которых происходит очередной останов и затем сброс части оболочки, кроме пятого, который снова разбивается на 5 этапов по I20 км и на них процедура остановок и сбросов частей оболочки повторяется. Дробление последнего этапа повторяется 5 раз, при этом величина заключительного этапа 0,96 км. На этом этапе подключается сила трения между фрагментами ротора, и система выводится в положение промежуточной орбиты; общее число этапов n = 2I. Как пояснено в п. 2.5, дробление последних

этапов необходимо для уменьшения силы трения, используемой приторможении системы.

Результаты вычислений представлены на рис. 2.2 - 2.6.

Рис. 2.2

На рис. 2.2 показано ступенчатое изменение коэффициента массы оболочки $\mu_i = m_i/m$, где m_i - масса оболочки на очередном i -м этапе движения системы. Вдоль оси абсцисс отложен безразмерный радиус системы с обозначением первого из 5 дроблений последнего этапа. По оси ординат отложен коэффициент μ, включая начальное μ_0 и критическое $\mu_{кр}$ значения. Сплошная прямая представляет собой график непрерывного изменения массы оболочки, согласно закона сохранения момента инерции (2.35). Эта прямая аппроксимирует ступенчатый график.

Рис. 2.3

На рис. 2.3 показано изменение радиального ускорения $W = \ddot{x} R$ (м/с2) системы. График имеет пилообразный вид со скачками в точках остановки системы и последующих сбросов частей оболочки. Смена знака ускорения происходит в точках сброса, а также в промежуточных точках непрерывного изменения, что обеспечивает первоначальный разгон на каждом из этапов, а затем замедление до остановки в конце этапа. Дробление последнего этапа приводит к уменьшению ускорений примерно в пять раз, график последующих этапов не приводится.

2.3. Изменение радиального ускорения системы

Сравнение с рис. I.3 показывает, что при сохранении характерных признаков радиального ускорения - скачкообразного изменения и смены знаков, - имеется и существенное отличие: во втором случае ускорение на порядок меньше, чем в первом, хотя она и составляет долю от ускорения свободного падения. Перегрузки и связанные с ними проблемы в этом случае не существуют.

Рис. 2.4

На рис. 2.4 показано изменение радиальной скорости $V_r = \dot{X} R$ (м/с), график похож на затупленную пилу с различной высотой зубьев. На этапах дробления скорость уменьшается примерно в 5 раз. Из сравнения с рис. I.4 видно, что в рассмотренных примерах максимальные скорости отличаются также на порядок.

~~Рис. 2.4. Изменение радиальной скорости системы~~.

Рис. 2.5
2.6

На рис. 2.5 и 2.6 показаны в других масштабах, ускорения и скорости системы на заключительном этапе с выходом на промежуточную орбиту X_n. Ускорения почти линейны, а график скорости имеет как обычно, вид затупленного зубца с почти линейным склоном к точке X_n, в которой радиальное ускорение и радиальная скорость системы одновременно обращаются в нуль. Это и является признаком неколебательного выхода в положение промежуточной орбиты. В таблице приведено максимальное значение суммарной силы трения между фрагментами, достигнутой в этом случае $F_* = 83{,}32$ кН.

Вследствие малости радиальных ускорений и скоростей, время t_n выхода на орбиту с рассматриваемом примере большое; его можно вычислять поэтапно, используя интегралы типа (2.II). В расчетах вместо квадратур использовалась дискретная процедура: $T_i = T_{i-1} + \Delta X_i / \dot{X}_i$, где T_{i-1} - время движения до данного участка, $\Delta X_i / \dot{X}_i$ - приращение времени на данном участке. Ввиду конечности перемещений ΔX_i и близости к нулю ускорения $\dot{X}$ на концах этапов этот метод

83

оказался грубым, существенно искажающим время движения системы. Величину t_n можно оценить, используя среднее значение радиальной скорости системы $V_{cp} \approx$ 157 м/с. Тогда время движения $t_n \approx (r_n - R)/V_{cp} = 2{,}04 \cdot 10^4$ с $\approx$ 340 мин; в гл. I на достижение такой же орбиты потребовалось около 100 мин.

После выравнивания скоростей ротора и остаточной части оболочки положение конечной орбиты и конечная окружная скорость системы определяются по формулам (2.48) и (2.50):

$$r_K \approx \frac{r_n}{1+\mu_n} = 7978{,}3 \text{ км}, \quad X_K = 1{,}2522, \quad V_K = \frac{V_1}{\sqrt{X_K}} = 7{,}064 \text{ км/с}$$

Разность положений промежуточной и конечной орбит достигает $\Delta X = 0{,}2504$ или $\Delta r = 1601{,}7$ км, т.е. около четверти земного радиуса; по высоте над экватором конечная орбита в два раза ниже промежуточной.

Теоретические расчеты и приведенный пример обосновывают вывод о принципиальной возможности диссипации энергии радиального движения за счет подъема и поэтапного или непрерывного сброса частей оболочки. Фрикционные силы относительно малой величины используются при этом только в двух случаях: для компенсации сил упругого растяжения ротора и оболочки после выхода из плотной атмосферы и на заключительном этапе перед выходом на промежуточную орбиту. Возможно также сочетание обоих диссипирующих факторов на всем протяжении этапа выхода системы на орбиту.

Важно, что кроме различия в физической природе этих факторов, в одном случае используются внешние по отношению к системе ротор-оболочка силы гравитационного притяжения к

Земле; а в другом случае - внутренние силы, требующие создания фрикционных элементов и обеспечения условий их функционирования.

Возможно оказывать влияние на процесс выравнивания вращательных скоростей ротора и остатков оболочки путем дальнейшего сброса ее частей, в этом случае параметры конечной орбиты будут, очевидно, иными. Не исключена возможность использования и других видов силовых взаимодействий, внутренних или внешних по отношению к системе, которые могут оказывать диссипирующее воздействие.

III. МАНЕВРИРОВАНИЕ РОТОРА С ЦЕЛЬЮ ОБХОДА ОБЪЕКТОВ, ДВИЖУЩИХСЯ В ЭКВАТОРИАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Оптимальным вариантом сооружения и функционирования ОТС является наличие двух эстакад - экваториальной и широтной. Поочередные запуски роторов ОТС позволяют выбрать лучшие по условиям погоды, сейсмичности и т.д. моменты запусков, не снижая их общего темпа. В уже функционирующей системе могут возникнуть ситуации, требующие добавления нового ротора, замены старого, подвоза грузов к какому-либо ротору или же вывода ротора с грузами за пределы земного притяжения. Все это невозможно при запуске с экваториальной эстакады, так как орбиты функционирующих роторов располагаются в экваториальной плоскости и неизбежно их столкновение с новым. Движение же ротора с широтной эстакады позволяет совершить маневр по обходу препятствий или части их и вывести ротор в заданное положение в свободном промежутке, а также подойти к любому объекту системы.

Высокие горные массивы, океанские просторы, большие глубины, мощные течения могут привести к задержке строительства экваториальной и первоочередному строительству более простой широтной эстакады вдоль одной из параллелей, где могут быть те же сложности, но в меньших масштабах. Это дает возможность выбора наиболее оптимального варианта по критериям экономичности, надежности, технологичности и т.д. Опыт строительства и эксплуатации такой эстакады может быть использован затем при сооружении экваториальной эстакады.

В качестве необычного на первый взгляд варианта возможна добыча и переработка сырья на других телах Солнечной системы и доставка продукции на Землю с помощью роторов, которые запускаются с широтных эстакад, сооруженных на этих телах. Роторы в этом случае должны иметь большое разнообразие траекторий и других характеристик движения, что позволит достигать Землю с минимальными корректирующими импульсами.

В условиях планет-гигантов возникают проблемы преодоления естественных колец и систем спутников, а также строительства в условиях разряженных атмосфер и при отсутствии твердой основы. Можно, однако, наморозить эстакаду и другие сооружения, достаточно прочные и в то же время легкие, которые будут плавать в верхних слоях атмосферы. Возможны также надувные, типа велосипедной камеры, ангаров и т.д., конструкции эстакады и других сооружений или их частей, с искусственно созданной в них средой обитания человека. Было бы на этих планетах сырье, необходимое для земной цивилизации, а изобретательность и упорство человека не знают преград.

Кроме экологических бед, вызванных бесконтрольной деятельностью человека, серьезную опасность для человечества представляет внешняя угроза, заключающаяся в возможности соударения Земли с крупными астероидами, что не раз случалось в геологической истории Земли. Поверхность Луны почти сплошь покрывают многочисленные ударные кратеры, та же картина наблюдается и на других телах Солнечной системы, на которых поверхность твердая, а атмосфера слабая или вовсе отсутствует. Но атмосфера не является преградой для крупных астероидов, она способна лишь сглаживать следы их действия.

Вероятность столкновения с астероидом в ближайшем будущем достаточно велика, а возможные последствия могут быть весьма серьезны - изменение климата, исчезновение многих видов земной жизни, большие потери для человечества. Поэтому на эту проблему уже нельзя не обращать внимания. Выйдя на глобальный уровень деятельности, человек должен взять на себя функции защиты Земли и от внешних опасностей. Как известно, созданы международные и национальные организации, изучающие астероидную опасность. Но в этом направлении сделаны только первые шаги.

Проект ОТС и здесь предоставляет интересные возможности, Во-первых, использование системы роторов создает намного лучшие условия наблюдения за движением малых тел Солнечной системы, независимо от погоды, атмосферных помех, с огромной базой для средств наблюдения. В случае расположения наблюдательных станций на роторе, движущемся по геостационарной орбите, расстояния между станциями могут достигать 80000 км, что намного повышает точность наблюдений и расчета траекторий астероидов, их размеров, масс, структуры и других параметров. Увеличивается оперативность службы наблюдения и выигрывается время для принятия решения, если астероид представляет опасность для Земли.

Во-вторых, роторы могут служить базой для размещения средств разрушения или другого воздействия на приближающийся астероид: ракет с ядерными зарядами, лазеров и т.д. с автономным энергетическим обеспечением за счет солнечного излучения и системой управления этими средствами. Немаловажен фактор экологической чистоты этих средств, так как при их действии с земной поверхности может быть значителен урон окружающей среде в связи с возможным большим числом запуска ракет, огромными мощностями лазеров и т.д.

Наиболее эффективное воздействие на опасный приближающийся астероид может оказать специальный ротор ОТС, оснащенный известными сейчас или разработанными к тому моменту новыми средствами. Можно рассчитать управляемое движение ротора, выведенного из зоны притяжения Земли с разделенного на фрагменты таким образом, чтобы определенные их группы приближались к астероиду одновременно. Воздействие лазерами с близкого расстояния, одновременный взрыв большого количества ядерных зарядов или другие концентрированные воздействия могут разрушить, раздробить астероид или отклонить его траекторию.

Астероид или его осколки в этом случае подвергаются многократному и скоординированному воздействию: сначала со стороны нескольких групп фрагментов специального ротора, затем средств борьбы с астероидной опасностью индустриального кольца и, наконец, средств, сосредоточенных на земной поверхности. В согласии с законами крупномасштабной войны, только глубоко эшелонированная оборона может быть успешной.

При рассмотрении этих проблем возникает задача исследования движения ротора, запускаемого с широтной эстакады, при наличии препятствий типа роторов, колец или дискретных космических объектов, орбиты которых находятся в экваториальной плоскости.

3.I. Постановка задачи о маневрировании ротора ОТС

Исследуем движение ротора ОТС при выводе его на орбиту с широтной эстакады, расположенной в плоскости $П_0$, параллельной плоскости $П_1$ экватора планеты. Пусть в этой плоскости имеются естественные препятствия в виде колец, спутников, как на планетах-гигантах Юпитере, Сатурне, Уране, или искусственные - другие ранее выведенные роторы, космические станции и т.д., образующие, возможно, некоторые кольцеобразные структуры. Расположение и размеры препятствий в общем случае произвольны, но полагаем, что поперечные размеры, перпендикулярные плоскости $П_1$, малы по сравнению с размерами планеты, а между орбитами препятствий имеются свободные промежутки. Что касается крупных естественных спутников, то обычно они удалены на значительные расстояния, на порядок или больше превышающие радиус планеты. Полагаем еще, что орбиты всех искусственных объектов в окрестностях планеты находятся внутри орбит крупных естественных спутников. В случае выхода ротора ОТС за пределы притяжения планеты необходимо учитывать размеры крупных спутников и обеспечивать условия бесконтактного с ними движения ротора.

Орбита выводимого ротора может находиться только в экваториальной плоскости; она задается с учетом назначения ротора в одном из свободных промежутном между орбитами имеющихся препятствий. Движение ротора в экваториальной плоскости $П_1$ недопустимо ввиду неизбежности столкновения с препятствиями. Вне этой плоскости движение достигается путем аэродинамического маневра в атмосфере за счет крылообразной формы оболочки или же при старте с широтной эстакады. Ниже рассмотрен второй вариант.

Как показано в дальнейшем, ротор совершает колебания относительно характерной точки, определяющей положение плоскости ротора Π по отношению к плоскости Π_1. Угол собственного вращения ротора, являясь циклической координатой, исключается из последующего рассмотрения.

Задачу о маневрировании ротора сформулируем как выбор такого управления указанными двумя движениями ротора, чтобы, стартовав в плоскости Π_0 и не столкнувшись ни с одним из препятствий, ротор вышел на заранее заданную орбиту в плоскости Π_1, погасив при этом радиальные и вращательные колебания. Вторая часть задачи: при тех же условиях вывести ротор из зоны притяжения планеты.

В качестве управляющих и диссипативных факторов учитываются внешние воздействия, например, магнитное поле планеты и внутренние фрикционные силы между раздвигающимися фрагментами ротора. При этом предполагается возможность регулирования диссипативных сил от нулевого до максимального значений. Рассмотрим три режима движения ротора при раздвижении фрагментов:

1. Диссипативные силы отсутствуют; назовем такой режим свободным движением или свободным расширением ротора;

2. Действуют только внешние диссипативные силы;

3. Действуют только внутренние (фрикционные) диссипативные силы.

Для краткости используем названия: первый (I), второй (II) и третий (III) режимы движения ротора. Возможен также четвертый режим, когда для усиления процесса диссипации энергии радиального движения ротора используются обе диссипативные силы или все возможные в данном случае силы.

Отметим некоторые особенности дальнейшего исследования.

1. Не обсуждаются вопросы технической реализуемости проекта ОТС в конкретных условиях той или иной планеты: создания эстакады, сборки ротора и его запуска, устройства ротора и его свойств.

2. Не рассматривается этап движения ротора в оболочке в плотных слоях атмосферы чтобы не усложнять решаемую задачу о маневрировании. Исследование начинается с момента выхода ротора из атмосферы и сброса всей оболочки, при этом полагаем, что радиальная скорость ротора в этот момент равна нулю и ротор не имеет упругих деформаций растяжения.

3. Примеры решения задачи о маневрировании в условиях Урана и Сатурна имеют иллюстративный характер, при этом не учитываются физические свойства планет и их атмосферы. Рассматриваются только системы колец и спутников в качестве объективных примеров препятствий, которые преодолевает ротор при выходе на заданную орбиту.

3.2. Дифференциальные уравнения движения ротора ОТС вне экваториальной плоскости

Движение ротора определяется по отношению к инерциальной системе отсчета с началом в центре планеты, при этом ось Z направлена вдоль оси вращения планеты и ротора, оси X, y – в плоскости Π_1 экватора. Влияния Солнца, других планет, крупных спутников, а также препятствий, вблизи которых проходит ротор, не учитываются.

Рис. 3.1

В начальном состоянии ротор вращается с угловой скоростью ω_0 вокруг оси Z в плоскости Π_0, параллельной Π_1 и отстоящей от нее на расстоянии $Z_0 = R \sin\psi_0$, где R – радиус сферы, ограничивающей плотную атмосферу, ψ_0 – начальное значение угла ψ, определяющего движение плоскости ротора Π относительно плоскости Π_1 экватора (рис. 3.I). Начальный радиус ротора $r_0 = R\cos\psi_0$, начальная линейная скорость вращательного движения $V_0 = \omega_0 r_0 = \omega_0 R \cos\psi_0$.

Как уже отмечено, начальное состояние ротора и значения R, ω_0 и V_0 соответствуют моменту его выхода из атмосферы и сброса всей оболочки. Если планета не имеет атмосферы, то стартовое состояние (также без оболочки) соответствует положению на широтной эстакаде. В качестве модели ротора принимаем тонкое кольцо с однородными механическими свойствами, разделяющееся на фрагменты с телескопическими соединениями в момент старта.

Схема третьего (фрикционного) режима движения ротора, некоторых действующих сил и препятствий, показана на рис. 3.I и 3.2. На рис. 3.I представлены две составляющие движения точки M пересечения ротора с плоскостью XOZ: радиальное движение и движение плоскости Π по отношению к плоскости Π_1. В дальнейшем точку M будем называть характерной точкой движения ротора.

Пусть отрезки $K_1, K_2, \ldots, K_n$ – следы (выделены жирным) пересечения с плоскостью XOZ препятствий в виде колец или ранее выведенных роторов; длина отрезков учитывает возможные эксцентриситеты орбит препятствий. Звездочки $C_1, C_2, \ldots C_n$ – точки пересечения с той же плоскостью орбит спутников или искусственных дискретных объектов; с учетом эксцентриситетов этих орбит следы пересечения могут иметь некоторую протяженность вдоль оси OX.

Рис. 3.2

На рис. 3.2 показано движение элемента l в плоскости Π ротора; чтобы не загромождать чертеж, из числа препятствий обозначены фрагмент одного кольца K_4 и орбита одного спутника Cn_2, расположенные в плоскости экватора Π_1, со следами K_4 и C_2 их пересечения с плоскостью XOZ.

Рассмотрим движение элемента ротора с массой m и начальной длиной l_0. При движении ротора длина выделенного элемента увеличивается вследствие раздвижения фрагментов и пропорционально радиусу ротора, масса же остается постоянной:

$$l = l_0 \frac{r\cos\psi}{R\cos\psi_0}, \qquad m = const.$$

Обобщенными координатами элемента являются:

1. Угол φ поворота ротора в плоскости Π, в которой он расположен в данный момент.

2. Расстояние r элемента до центра планеты; в дальнейшем будем рассматривать r как модуль радиус-вектора $\bar{r}$, отмечающего положение центра масс элемента по отношению к инерциальной системе отсчета $OXYZ$.

3. Угол ψ отклонения $\bar{r}$ от плоскости экватора Π_1.

Начальные значения этих параметров и их производных

$$\varphi_0 = 0,\ \dot\varphi_0 = \omega_0;\ r_0 = R\cos\psi_0;\ \dot r_0 = 0;\ \psi_0 \neq 0;\ \dot\psi_0 = 0 \qquad (3.1)$$

Кинетическая энергия элемента

$$T = \frac{m}{2}\left(\dot\varphi^2 r^2\cos^2\psi + \dot r^2 + \dot\psi^2 r^2\right).$$

Силы, действующие на выделенный элемент, зависят от режима движения ротора. Во всех трех режимах действует сила притяжения элемента к центру планеты:

$$\bar{G} = mg\frac{R^2}{r^2},$$

где g – гравитационное ускорение в стартовом положении ротора.

Во втором режиме на элемент дополнительно действует внешняя диссипативная сила $\bar{P}$, которую полагаем приложенной в центре элемента и направленной перпендикулярно радиус-вектору $\bar{r}$ в сторону скорости $\dot{\psi} r$ (рист. 3.I). Сила $\bar{P}$ является также управляющей и подлежит определению из условий маневра по обходу препятствий.

В третьем режиме на элемент дополнительно к $\bar{G}$ действуют силы натяжения $\bar{F}_1$ и $\bar{F}_2$, возникающие от трения между фрагментами при их фрикционном раздвижении. Эти силы приложены на концах элемента по касательным к ротору и имеют равные величины: $F_1 = F_2 = F_{тр}$ (рис. 3.2). Их равнодействующая $\bar{F}$ приложена в центре элемента в плоскости ротора Π и направлена по его радиусу к оси OZ; ее модуль равен $F = 2F_{тр}\sin\frac{\delta}{2}$, где $\delta = \ell_0/r_0 = \ell/r\cos\psi$. Учитывая малость δ и зависимость $r_0 = R\cos\psi_0$, можно записать

$$F = F_{тр}\delta = F_{тр}\frac{\ell_0}{R\cos\psi_0}$$

Обобщенные силы в зависимости от режимов I, II и III движения ротора, принимают значения

$$Q_\varphi = 0;\quad Q_r = \begin{cases} -G; \\ -G; \\ -(G + F\cos\psi); \end{cases}\quad Q_\psi = \begin{cases} 0; & \text{I} \\ Pr; & \text{II} \\ Fr\sin\psi. & \text{III} \end{cases} \tag{3.2}$$

Система дифференциальных уравнений движения элемента ротора имеет вид:

$$\ddot{\varphi} r\cos\psi + 2\dot{\varphi}\dot{r}\cos\psi - 2\dot{\varphi}\dot{\psi} r\sin\psi = 0, \qquad (3.3)$$

$$\ddot{r} - \dot{\varphi}^2 r\cos^2\psi - \dot{\psi} r = \frac{1}{m} Q_r, \qquad (3.4)$$

$$\ddot{\psi} + 2\dot{\psi}\frac{\dot{r}}{r} + \dot{\varphi}^2 \sin\psi\cos\psi = \frac{1}{mr^2} Q_\psi. \qquad (3.5)$$

Координата φ является циклической; соответствующий интеграл имеет смысл закона сохранения кинетического момента ротора относительно оси OZ:

$$\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0 \frac{R^2\cos^2\psi_0}{r^2\cos^2\psi} = V_0\frac{R\cos\psi_0}{r^2\cos^2\psi}. \qquad (3.6)$$

Переходя к безразмерной координате $x = r/R$, используя обозначения

$$q = \frac{g}{R}, \quad \beta = \frac{V_0^2\cos^2\psi_0}{gR} = \frac{V_0^2}{V_1^2}\cos^2\psi_0, \quad f = \frac{F}{mR}, \quad p = \frac{P}{mR},$$

получаем, с учетом интеграла (3.6) выражений (3.2) и после некоторых преобразований уравнений (3.4) и (3.5):

$$\dot{\varphi} = \frac{\sqrt{q\beta}}{x^2\cos^2\psi},$$

$$\ddot{x} = \frac{q}{x^2}\left(\frac{\beta}{x}\cdot\frac{1}{\cos^2\psi} - 1\right) + \dot{\psi}^2 x - \begin{cases} 0, \\ 0; \\ f\cos\psi; \end{cases} \qquad (3.7)$$

$$\ddot{\psi} + 2\dot{\psi}\frac{\dot{x}}{x} + q\beta\frac{\sin\psi}{x^4\cos^3\psi} = \begin{cases} 0, \\ p/x, \\ \frac{f}{x}\sin\psi. \end{cases}$$

Как уже отмечено, силы P и F не только диссипативные, но и управляют движением ротора; полагаем их и зависящие от них величины p и f функциями координаты x :

$$P = P(x), \quad p = p(x), \quad F_1 = F_1(x), \quad f = f(x).$$

Задачу о маневрировании ротора сведем к определению стартовой скорости V_0 и функций $P(x)$, $F_1(x)$ при условиях: ротор, не столкнувшись ни с одним из препятствий, должен выйти в плоскости Π_1, на орбиту, определяемую заданной координатой X_*, в кольцевой окрестности которой отсутствуют какие-либо препятствия;
угловое и радиальное движение должны быть погашены в заданном положении X_* :

$$\psi(X_*) = \dot{\psi}(X_*) = \ddot{\psi}(X_*) = 0; \quad \dot{x}(X_*) = \ddot{x}(X_*) = 0 \qquad (3.8)$$

Вторая задача о выводе ротора из зоны притяжения планеты может быть сформулирована, как определение такого значения V_0, чтобы ротор, пройдя область препятствий и не столкнувшись с ними, покинул зону притяжения планеты. Вводить диссипативные силы в этом случае нет необходимости; более того, они здесь нежелательны, так как, тормозя движение ротора, приводят к энергетическим потерям.

3.3. Методика решения задачи путем перехода к новой независимой переменной

Система двух нелинейных дифференциальных уравнений (3.7) относительно координат x и ψ, содержит неизвестные пока функции управления $p = p(x)$ и $f = f(x)$. Задача является двухточечной, так как кроме начальных условий (3.I), имеются конечные условия (3.8).

Наметим методику решения задачи.

I. Ограничиваясь случаем малых значений угла ψ и его первой производной $\dot{\psi}$, линеаризуем уравнения системы (3.7).

2. Переходим к новой независимой переменной – безразмерной радиальной координате X.

3. Определяем схему движения ротора при обходе препятствий и выходе в кольцевую окрестность заданной орбиты. При этом возможно разделение этапов гашения двух движений ротора: сначала гасится движение по углу ψ, затем – радиальное движение по координате X.

Линеаризованные по ψ и $\dot{\psi}$ два последних уравнения системы (3.7) принимают вид

$$\ddot{X} = F(X, 0) - \begin{cases} 0; \\ 0; \\ f(X); \end{cases} \tag{3.9}$$

$$\ddot{\psi} + 2\dot{\psi}\frac{\dot{X}}{X} + \psi\frac{9\beta}{X^4} = \begin{cases} 0; \\ p/X; \\ f\psi/X. \end{cases} \tag{3.10}$$

Первое уравнение содержит только переменную X и ее вторую производную, а в III режиме – управляющую функцию $f(X)$. Интегрируя это уравнение с пределами от $X_0 = 1$ до X, получим

$$\dot{X}^2 = \frac{9}{X}(X-1)\left(\beta\frac{X+1}{X} - 2\right) - 2\int_{X_0}^{X} f(X)\,dX, \tag{3.11}$$

где слагаемое, содержащее интеграл, добавляется только на третьем фрикционном режиме движения ротора.

Уравнения (3.9) и (3.II) определяют радиальное ускорение $\ddot{x}$ и радиальную скорость $\dot{x}$ в зависимости от положения x ротора (и управления $f(x)$ в Ш режиме).

Полагаем ψ сложной функцией времени t ; т.е. $\psi=\psi(x(t))$. Тогда

$$\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt} = \psi'\dot{x}, \tag{3.12}$$

$$\ddot{\psi} = \frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{d}{dt}(\psi'\dot{x}) = \psi''\dot{x}^2 + \psi'\ddot{x}, \tag{3.13}$$

где штрихами обозначены производные по x , а точками – производные по t .

Подставляя (3.I2), (3.I3) в уравнение (3.I0), получим

$$\psi''\dot{x}^2 + \psi'\left(\ddot{x} + 2\frac{\dot{x}^2}{x}\right) + \psi\frac{q\beta}{x^4} = \begin{cases} 0; \\ p/x; \\ f\psi/x, \end{cases} \tag{3.14}$$

где $\ddot{x}$ и $\dot{x}^2$ имеют вид (3.9) и (3.II).

Уравнение (3.I4) является линейным дифференциальным уравнением второго порядка относительно $\psi(x)$ с переменными правыми частями, содержащими управляющие параметры $p(x)$ и $f(x)$ на П и Ш режимах движения ротора.

3.4. Динамика свободного движения ротора. Решение задачи о выводе ротора из зоны притяжения планеты

Первый режим движения ротора – свободный, без диссипативных сил расширения телескопически соединенных фрагментов. В этом случае уравнения (3.9), (3.II) и (3.I4) принимают вид:

$$\ddot{x} = \frac{q}{x^3}(\beta - x), \quad \dot{x}^2 = q\frac{x-1}{x^2}\left[(\beta-2)x+\beta\right], \tag{3.15}$$

$$x^2\psi''\left[(\beta-2)x^2+2x-\beta\right]+x\psi'\left[2(\beta-2)x^2+3x-\beta\right]+\psi\beta=0. \quad (3.16)$$

Для определения функции $\psi=\psi(x)$ получено линейное дифференциальное уравнение второго порядка с полиномиальными коэффициентами. Частное решение $\psi_1(x)$ ищем также в виде полинома [9] :

$$\psi_1(x)=x^n+a_1x^{n-1}+\dots+a_n, \quad (3.17)$$

степень n которого определяется при подстановке (3.17) в (3.16) и приравнивания нулю коэффициента при старшей степени. Находим $n=-1$, тогда

$$\psi_1=\frac{1}{x}+a \quad (3.18)$$

где постоянная $a=-1/\beta$ определяется подстановкой (3.18) в уравнение (3.16).

Второе частное решение имеет вид

$$\psi_2=\psi_1\int\frac{\exp\left[-\int h(x)dx\right]}{\psi_1^2(x)}\,dx,$$

где

$$h(x)\,dx=\frac{2(\beta-2)x^3+3x^2-\beta x}{(\beta-2)x^4+2x^3-\beta x^2}\,dx=\frac{1}{2}\frac{du}{u},$$

если знаменатель дроби обозначить $u(x)$. Тогда

$$\int h(x)dx=\frac{1}{2}\ln u,$$

$$\psi_2(x)=\beta^2\psi_1(x)\int\frac{x^2dx}{(\beta-x)^2\left[(\beta-2)x^4+2x^3-\beta x^2\right]^{\frac{1}{2}}} \quad (3.20)$$

Выполнив последовательно замены:

$$\frac{1}{\beta-x}=z,\quad \beta z-1=y,\quad y^2=s,$$

сводим интеграл в (3.20) к табличному

$$\psi_2(x) = \frac{K}{2}\,\psi_1(x)\int\frac{ds}{\sqrt{s-b}} = K\,\psi_1(x)\sqrt{s-b},$$

где

$$K = \beta^{3/2}(\beta-1), \quad b = \frac{1}{(\beta-1)^2}.$$

Проделав замены в обратном порядке, найдем второе частное решение

$$\psi_2(x) = \frac{\beta}{x}\sqrt{(x-1)[(\beta-2)x+\beta]}.$$

Общее решение уравнения (3.16) равно линейной комбинации частных решений

$$\psi(x) = C_1\,\psi_1(x) + C_2\,\psi_2(x),$$

где постоянные C_1, C_2 определяются из начальных условий:

$$C_1 = \frac{\psi_0\beta}{\beta-1}, \qquad C_2 = 0.$$

Окончательно

$$\psi(x) = \frac{\psi_0}{\beta-1}\left(\frac{\beta}{x}-1\right), \quad x \geq x_0 = 1. \tag{3.21}$$

Таким образом, угол ψ, определяющий в первом режиме движение плоскости ротора Π по отношению к плоскости экватора Π_1, изменяется по простому закону (3.21).

√ 3.15 Определим время движения ротора. Соотношение (3.15) позволяет найти явную зависимость времени движения t от положения x ротора:

$$t = \int_{x_0}^{x}\frac{dx}{\dot{x}} = \frac{1}{\sqrt{q}}\int_{x_0}^{x}\frac{x\,dx}{\sqrt{(\beta-2)x^2+2x-\beta}}.$$

Результаты интегрирования, зависящие от значения β по отношению к критической величине $\beta_{кр}=2$, совпадают с выражениями, найденными в гл. I и здесь не приводятся. Анализ движения ротора, выполненный в п. I.6 справедлив и здесь с некоторой корректировкой, учитывающей наличие еще одной координаты – угла ψ. Отметим лишь следующее.

I. Постоянная орбита ротора x_* достигается в положении, где $\ddot{x}=0$:

$$x_*=\beta.$$

2. Необходимая стартовая скорость ротора определяется формулой

$$V_0=V_1\,\frac{\sqrt{\beta}}{\cos\psi_0}=V_1\,\frac{\sqrt{x_*}}{\cos\psi_0}$$

Эта величина превышает найденную ранее для экваториального варианта движения ротора и повышается по мере увеличения широтного угла ψ_0 стартовой позиции ротора.

3. Если $\beta<\beta_{кр}$, то ротор совершает колебания относительно положения x_*, с наибольшим удалением от центра планеты

$$x_{**}=\frac{\beta}{2-\beta}=\frac{x_*}{2-x_*}. \qquad (3.22)$$

4. Если $\beta=\beta_{кр}=2$, то ротор удаляется на бесконечность, а стартовая скорость зависит от первой и второй космической скоростей:

$$V_0=V_1\,\frac{\sqrt{2}}{\cos\psi_0}=\frac{V_2}{\cos\psi_0}. \qquad (3.23)$$

Конечная радиальная скорость в этом случае обращается в нуль: $V_{r\infty}=\dot{x}_\infty R=0.$

5. Если $\beta > \beta_{кр}$, то ротор также удаляется на бесконечность с конечным значением радиальной скорости:

$$V_{r\infty} = \dot{X}_\infty R = R\sqrt{q(\beta-2)} = V_1\sqrt{\beta-2}$$

В последних двух случаях ротор выводится из зоны притяжения планеты, и формула (3.23) определяет минимальное значение необходимой для этого стартовой скорости.

Исследуем движение ротора по углу ψ, описываемое соотношениями (3.2I), (3.I2) и (3.I3).

В случае колебательного движения при $\beta < \beta_{кр}$ в пределах от $X_0 = 1$ до $X_{**} = \frac{2}{2-\beta}$ угол ψ изменяется, согласно (3.2I) в пределах от ψ_0 до $\psi_{**} = -\psi_0$. Угловая скорость $\dot{\psi} = \psi'\dot{X}$ в крайних точках обращается в нуль, что следует из того, что $\dot{X}(X_0) = \dot{X}(X_{**}) = 0$; наибольшее по модулю значение достигается в положении $X_* = \beta$;

$$\dot{\psi}(X_*) = -\frac{\psi_0}{\beta}\sqrt{\frac{q}{\beta}}.$$

Угловое ускорение $\ddot{\psi} = \psi''\dot{X}^2 + \psi'\ddot{X}$ после подстановки производных $\psi''(X)$ и $\psi'(X)$ принимает вид

$$\ddot{\psi}(X) = \frac{\psi_0\beta}{\beta-1}\cdot\frac{2\dot{X}^2 - X\ddot{X}}{X^3}.$$

В точках $X_0 = 1$, $X_* = \beta$, $X_{**} = \frac{\beta}{2-\beta}$ оно имеет соответственно значения:

$$-\psi_0\beta q;\quad 2\psi_0 q(\beta-1)^2/\beta^4;\quad \psi_0 q(2-\beta)^4/\beta^3.$$

В случаях $\beta = \beta_{кр}$ и $\beta > \beta_{кр}$, при удалении ротора на бесконечность угол ψ имеет предельные значения

$$\psi_1(\infty) = -\frac{\psi_0}{\beta_{кр}-1} = -\psi_0, \quad \psi_2(\infty) = -\psi_0\frac{1}{\beta-1},$$

при этом угловая скорость и угловое ускорение обращаются в нуль.

Введем переменную

$$Z = R\cdot x\cdot \sin\psi, \tag{3.27}$$

представляющую собой натуральное значение высоты ротора над плоскостью экватора. Ограничиваясь малыми значениями ψ и линеаризуя (3.24) по ψ, получим с учетом (3.21):

$$Z = \frac{\psi_0 R}{\beta-1}(\beta - x). \tag{3.25}$$

Величина Z является также аппликатой точки M пересечения ротора с плоскостью XOZ (рис. 3.1 и 3.3), а зависимость (3.25) – уравнением траектории этой точки. Учитывая малость угла ψ, эта траектория представляет собой прямую с началом в точке M_0, пересекающую плоскость экватора в единственной точке $x_* = \beta$, где проходит постоянная орбита ротора (рис. 3.3). При свободном движении ротора значения $\dot{x}, \dot{\psi}, \ddot{\psi}$ в точке x_* не равны нулю, следовательно, точка M проходит положение x_* без остановки. В случае колебательного движения точка M движется вдоль прямой до положения M_{**} с координатой x_{**}, определяемой согласно (3.22), после чего начинается обратное движение в направлении исходной точки M_0.

Рис. 3.3

При движении в критических случаях $\beta \geq \beta_{кр}$ точка M удаляется вдоль прямой $M_0 M_{**}$ на бесконечность.

Движение самого ротора представляет собой колебания, происходящие на поверхности усеченного конуса с образующей $M_0 M_* M_{**}$, когда ротор то сползает "вниз", то поднимается "вверх". При этом ротор вращается с угловой скоростью $\dot{\varphi}$ вокруг оси конуса OZ , то уменьшая, то увеличивая ее величину. В критических случаях колебательное движение вырождается в неограниченное сползание по конусу "вниз". В случае расположения стартовой позиции ротора в южном полушарии планеты сползание сменяется восхождением по конусу в северное полупространство по отношению к плоскости экватора.

Во всех случаях положение точки X_* должно быть выбрано из условия отсутствия каких-либо препятствий в ее окрестности, точнее, в соответствующей кольцевой части плоскости Π_1 . Выбор $X_* = \beta$ определяет и направление дальнейшего движения ротора со стартовой позиции M_0 через M_* по отношению к экваториальной плоскости. Эта траектория влияет на условие бесконтактного прохождения мимо крупных естественных спутников, расположенных в этой плоскости, а также на условие минимальности корректирующих импульсов при движении фрагментов ротора к назначенной цели.

3.5. Динамика ротора на этапе гашения углового движения

Рассмотрим задачу о маневрировании ротора с целью обхода препятствий и выхода на постоянную орбиту с гашением колебаний. Траектория характерной точки M пересекает плоскость экватора в единственной точке $X_* = \beta$, что имеет принципиальное значение для решения задачи с выполнением условий (3.8). Схема расположения препятствий в экваториальной плоскости позволяет путем задания положения X_* в свободном промежутке обеспечить их обход, перемещая ротор над этой плоскостью. Другая часть задачи – гашение колебаний – может быть решена введением диссипативных сил:

I. Внешние диссипативные силы, влияя на движение центра масс ротора, могут быть использованы для гашения колебаний плоскости ротора по отношению к плоскости экватора, т.е. движения по углу ψ .

2. Внутренние диссипативные силы, в данном случае фрикционные, влияя на взаимные перемещения частей системы, могут быть использованы для гашения радиального движения фрагментов ротора, т.е. движения по параметру X .

3. Введение фрикционных сил, как будет показано дальше, позволяет изменить значение $\beta_{кр}$ в сторону увеличения, когда диапазон докритических режимов движения ротора расширяется за пределы $\beta = 2$. Это обстоятельство расширяет возможность выбора орбиты $X_* = \beta$, обеспечивая маневр по обходу любых препятствий.

Процессы гашения колебаний по параметрам ψ и X могут выполняться независимо друг от друга, поочередно или одновременно. В дальнейшем принимаем последовательность трех этапов выхода ротора на орбиту, отличающихся режимами движения; при этом положение ротора определяется параметрами X и ψ , из которых X , как и раньше, является независимым аргументом. Ввиду малости угла ψ радиальную координату $X = r/R$ считаем совпадающей с абсциссой $X = \frac{r}{R}\cos\psi \approx$ $\approx r/R$ характерной точки M .

На первом этапе от начального положения M_0 с координатой X_0 , см. рис. 3.3, до некоторого положения M_1 с координатой X_1 осуществляется свободное, без диссипативных сил движения ротора, т.е. режим I. Здесь ротор набирает радиальную скорость, двигаясь по усеченному конусу с прямолинейной образующей $M_0 M_1$. Характерная точка M движется по прямолинейному участку $M_0 M_1$; положение X_1 определим ниже.

На втором этапе – от положения M_1 до положения M_2 с координатой X_2 – режим II движения ротора, когда участвуют внешние диссипативные силы. Положение M_2 определяется на оси X на том же свободном от препятствий участке, что и точка M_* орбиты, при этом $X_2 < X_*$. На рис. 3.3 точки M_2 и M_* выбраны на участке между орбитами C_1 и C_2 двух спутников. Координата точки M_1 выбирается в промежутке $[X_0, X_2]$. Траекторией характерной точки M является кривая $M_1 M_2$, отмеченная штрихами.

Целью движения на этапе II является гашение движения по углу ψ с выполнением в конце этапа условий

$$\psi(X_2) = \dot{\psi}(X_2) = \ddot{\psi}(X_2) = 0.$$

В плоскости экватора от положения M_2 до конечного положения осуществляется режим III движения ротора с участием фрикционных сил. Цель этого этапа движения – гашение радиального движения по координате X с выполнением условий в конце этапа

$$\dot{X}(X_*) = \ddot{X}(X_*) = 0.$$

Радиальное движение на этапе I описывается соотношениями (3.15); угловое движение по ψ – соотношениями (3.12), (3.13) и (3.21). В конце первого и начале второго этапов величины ψ и ψ' принимают в точке X_1 значения

$$\psi(X_1) = \frac{\psi_0}{\beta-1}\left(\frac{\beta}{X_1}-1\right), \quad \psi'(X_1) = -\frac{\psi_0}{\beta-1}\cdot\frac{\beta}{X_1^2} \qquad (3.26)$$

Рассмотрим динамику ротора на втором этапе $[X_1, X_2]$. Дифференциальные уравнения движения в этом случае имеют вид вторых соотношений (3.9) и (3.I0):

$$\ddot{X} = \frac{q}{X^2}\left(\frac{\beta}{X}-1\right), \quad \ddot{\psi} + 2\dot{\psi}\frac{\dot{X}}{X} + \psi\frac{q\cdot\beta}{X^4} = \frac{P(X)}{X}.$$

Первое уравнение имеет интеграл

$$\dot{X}^2 = \dot{X}_1^2 + \frac{q}{X\cdot X_1}(X-X_1)\left(\beta\frac{X+X_1}{X\cdot X_1}-2\right), \qquad (3.27)$$

где $\dot{X}_1$ – радиальная скорость ротора в положении X_1, определяемая, согласно (3.I5).

Второе уравнение используем для определения управляющего параметра $P(X)$ путем задания зависимости $\psi = \psi(X)$, удовлетворяющей следующим краевым условиям:

Совпадение ψ и ψ' со значениями (3.26) в точке обеспечивающее гладкое сочетание угла ψ на первом и втором этапах.

2. Обращение в нуль ψ, $\dot{\psi}$ и $\ddot{\psi}$ в точке X_2, т.е. выполнение условий гашения углового движения по ψ.

Этим условиям можно удовлетворить, задавая угол ψ на участке $[X_1;\ X_2]$ следующим образом:

$$\psi(X) = (X_2-X)^3(aX+b), \quad X_1 \le X \le X_2. \qquad (3.28)$$

Производные этой функции имеют вид

$$\psi' = -(x_2 - x)^2 (4ax - ax_2 + 3b), \quad \psi'' = 2(x_2 - x)(6ax - 3ax_2 + 3b) \tag{3.29}$$

Первые множители в правых частях (3.28) и (3.29) с учетом (3.12), (3.13) обеспечивают выполнение условий гашения движения по углу ψ. Вторые множители, с неопределенными коэффициентами a и b, используются для выполнения условий сочетания в точке x_1. Приравнивая ψ в (3.28) и ψ' в (3.29) значениям в (3.26), находим:

$$a = \frac{\psi_0}{\beta - 1} \cdot \frac{\beta(4x_1 - x_2) - 3x_1^2}{x_1^2 (x_2 - x_1)^4}, \qquad b = \frac{-\psi_0}{\beta - 1} \cdot \frac{(5\beta + x_2)x_1 - 2\beta x_2 - 4x_1^2}{x_1 (x_2 - x_1)^4}.$$

Нетрудно убедиться, что функция $p(x)$ имеет структуру $p(x) = q(x_2 - x)p_1(x)$, что обеспечивает ее обращение в нуль в точке $x = x_2$ вместе с углом ψ и его производными. Внешняя сила, необходимая для обеспечения процесса гашения по углу ψ:

$$P(x) = m \cdot R \cdot p(x).$$

Выбирая концевые точки M_1 и M_2 исследуемого этапа, можно определить траекторию характерной точки M в зависимости от числа, вида, расположения и размеров препятствий, величины свободного промежутка и т.д. Точку M_1 с координатами x_1, z_1, можно выбрать произвольно, но чем ближе она к исходной точке M_0, тем меньше необходимая мощность внешней диссипативной силы $P(x)$; в принципе точка M_1 может совпадать с точкой M_0. Точка $M_2(x_2, z_2 = 0)$ выбирается в том же свободном промежутке, что и точка орбиты

$M_*(X_*, Z_*=0)$ так, чтобы расстояние от точки M до ближайшего препятствия было достаточно большое, превышающее возможные флуктуации толщины препятствия и его отклонения от плоскости Π_1 .

При наличии дискретных препятствий в виде спутников или станций, плоскости орбит которых отличаются от экваториальной, возможен следующий способ их преодоления ротором. В момент пересечения ротором орбиты какого-либо объекта сам этот объект должен находиться в другом месте орбиты, по одну или по другую сторону от плоскости ротора. Для преодоления системы таких объектов следует рассчитать оптимальный, с учетом их положения и движения, момент начала движения ротора, с тем, чтобы ротор последовательно пересекая орбиты этих объектов с выполнением того же условия.

3.6. Движение ротора на этапе гашения радиального движения

Движение ротора на заключительном этапе $[X_2, X_*]$, где гасится радиальное движение, происходит в режиме Ш, при котором в качестве диссипативных сил используются фрикционные силы. Уравнение движения и его интеграл имеют вид:

$$\ddot{X} = q\,\frac{\beta - X}{X^3} - f(X), \quad X_2 \le X \le X_*; \tag{3.30}$$

$$\dot{X}^2 = \dot{X}_2^2 + \frac{q}{XX_2}(X - X_2)\left(\beta\,\frac{X+X_2}{XX_2} - 2\right) - 2\int_{X_2}^{X} f(X)\,dX, \tag{3.31}$$

где $f(X)$ - диссипирующий и управляющий параметр, $\dot{X}_2$ - радиальная скорость в конце предыдущего участка, определяемая, согласно (3.27), при $x = x_2$.

Управляющий параметр находим из условий гашения радиального движения в положении $x_* = \beta$:

$$\ddot{x}(x_*) = 0; \quad \dot{x}(x_*) = 0. \tag{3.32}$$

Из (3.30) и первого условия (3.32) следует, что в точке x_* параметр $f(x)$ также обращается в нуль: $f(x_*) = 0$. Ищем $f(x)$ в виде линейной функции

$$f(x) = (x_* - x) f_* = (\beta - x) f_*. \tag{3.33}$$

Подставляя это выражение в (3.30) и (3.31), получаем уравнения движения ротора на заключительном этапе:

$$\ddot{x} = (\beta - x) = (\beta - x)\left(\frac{q}{x^3} - f_*\right), \tag{3.34}$$

$$\dot{x}^2 = \dot{x}_2^2 + (x - x_2)\left[\frac{q}{x x_2}\left(\beta \frac{x + x_2}{x x_2} - 2\right) - f_*(2\beta - x - x_*)\right]. \tag{3.35}$$

Множитель f_* определяется с помощью второго условия (3.32):

$$f_* = \frac{\dot{x}_2^2}{(\beta - x_2)^2} + \frac{q}{\beta x_2^2}. \tag{3.36}$$

Первое слагаемое зависит здесь от радиальной скорости $\dot{x}_2$ в точке x_2 и от расстояния точки x_2 до точки орбиты $x_* = \beta$: чем меньше x_2, тем меньше $\dot{x}_2$ и больше разность $\beta - x_2$ при фиксированном β и тем меньше первое слагаемое. Напротив, второе слагаемое увеличивается при уменьшении x_2.

Функция f_* имеет минимум, зависящий от выбора точки x_2. Учитывая зависимость $\dot{x}_2^2$ в (3.27) от x_2, получим путем приравнивания нулю производной $\frac{df_*}{dx_2}$, кубическое уравнение для определения x_2, зависящее, в свою очередь, от выбора точки x_1:

$$x_2^3 \dot{x}_1^2 + 9\left[\beta x_2\left(\frac{x_2^2}{x_1^2}-1\right) - 2x_2^2\left(\frac{x_2}{x_1}-1\right) + (\beta - x_2)^2 + \frac{2x_2}{\beta} - 1\right] = 0.$$

Здесь x_1 и $\dot{x}_1$ полагаем фиксированными; для случая $x_1 = x_0 = 1$, $\dot{x}_1 = \dot{x}_0 = 0$ уравнение упрощается:

$$(\beta-2)x_2^3 + 3x_2^2 + \left(\frac{2}{\beta} - 3\beta\right)x_2 + \beta^2 - 1 = 0.$$

Анализ этих уравнений опускается.

Определенную, согласно (3.36) функцию f_* подставляем в зависимость (3.33) для управляющего параметра $f(x)$, обеспечивающего выполнение условий (3.32) гашения радиального движения в конце исследуемого этапа. Динамика ротора на этом этапе определяется соотношениями (3.34) и (3.35) Значение силы трения $F_{mp}(x)$, необходимой для обеспечения процесса:

$$F_{mp}(x) = mR^2 f(x) \cos\psi_0 / l_0.$$

Таким образом, получено решение задачи о маневре ротора при обходе группы препятствий и выходе его на заданную постоянную орбиту в экваториальной плоскости с гашением колебаний.

3.7. Задачи о маневрировании ротора в условиях Урана и Сатурна

В качестве примеров преодоления ротором произвольной системы препятствий рассмотрим задачи о маневре в условиях Урана и Сатурна.

I. Планета Уран, согласно [ ], а также дополнительным уточняющим сведениям, полученным в ГАИШ, имеет десять колец, расположенных компактной группой. Из них восемь, в том числе последнее, имеют заметный эксцентриситет, т.е. форму эллипса; семь колец имеют малое отклонение от экваториальной плоскости.

В табл. 3.I приведены значения радиусов колец R_i, i – номер кольца, их относительных величин $x_i = R_i/R$, где R = 26200 км – радиус Урана, – и относительных расстояний между кольцами $\Delta x = x_i - x_{i-1}$. Как следует из таблицы, вся группа колец лежит в границах [I,58; I,98], откладываемой вдоль оси X инерциальной системы отсчета. Расстояния между кольцами не превышают 0,084, что соответствует 2000 км. Учитывая эллиптичность колец, этот промежуток мал для безопасного вывода ротора на орбиту в зоне колец.

Кроме колец, в 1986 году открыта группа десяти малых спутников Урана; орбита одного из них расположена между восьмым и девятым кольцами, остальные движутся выше зоны колец, в пределах относительных радиусов 2,05; 3,28 (табл.2). Последний спутник наиболее крупный, его диаметр I65 км; остальные – от 25 до I00 км; расстояния между ними составляют I0800 – 5000 км.

Первый из ранее известных спутников – Миранда – имеет диаметр 483 км и радиус орбиты I29000 км, табл. 2, № II, x_{11} = 4,92. Между ним и десятым малым спутником имеется большой промежуток кольцевой формы шириной Δx = I,64 или 43000 км, свободный, как считается, от колец и спутников.

Задаем орбиту в этом промежутке в положении $x_* = \beta =$

= 4,6; т.е. примерно на 2/3 расстояния между десятым и одиннадцатым спутниками.

Табл. I

Радиусы и взаимное положение колец Урана

№ пп	Радиус R_i (км)	Относительный радиус X_i	Разность высот $\Delta X = X_i - X_{i-1}$	Выбранные значения X_2, X_*
I	2	3	4	5
I	4I600	I,58777	0,58777	
2	42000	I,60306	0,0I529	
3	42400	I,6I83I	0,0I525	
4	44600	I,70227	0,08396	
5	45600	I,74044	0,038I7	
6	47200	I,80I5I	0,06I07	
7	47600	I,8I678	0,0I527	
8	48400	I,8473I	0,03053	
9	50200	I,9I60I	0,06870	
I0	5I800	I,97708	0,06I07	

Табл. 2

Радиусы орбит и взаимное положение первых II спутников Урана

I	49750	I,89846	0,05II5
2	53770	2,05I87	0,07479
3	59I60	2,25755	0,20568
4	6I770	2,357I4	0,09959
5	62650	2,39072	0,03358
6	64630	2,46628	0,07656
7	66I00	2,52238	0,056I0
8	69930	2,66853	0,I46I5

9	75200	2,86963	0,20II0	
I0	86000	3,28I76	0,4I2I3	$X_2 = 4{,}0$
II	I29000	4,92367	I,64I9I	$X_* = 4{,}6$

<u>Примечания к таблицам</u>.

I. Разность $\Delta X = X_1 - X_0 = 0{,}58777$ представляет собой относительное расстояние первого кольца от поверхности планеты.

2. Первый спутник находится между 8 и 9-м кольцами, второй – выше I0-го, величина ΔX для них представляет собой разность высот 8-го кольца и I-го спутника, I0-го кольца и 2-го спутника.

Стартовая скорость ротора, необходимая для достижения заданной орбиты,

$$V_0 = V_1 \sqrt{\beta} / \cos\psi_0 = 25{,}58 \cdot 10^3 \text{ м/с} = 35{,}58 \text{ км/с},$$

где $\psi_0 = 0{,}1$ – значение угла, определяющего положение стартовой плоскости Π_0 ротора по отношению к экватору; $V_1 = \sqrt{gR} = 16{,}5$ км/с, $V_2 = V_1\sqrt{2} = 23$ км/с – соответственно первая и вторая космические скорости на Уране; $g = 10{,}4$ м/с2 – ускорение силы тяжести на поверхности Урана, $R = 2{,}62 \cdot 10^7$ м – радиус экватора.

Для точки M_2, где ротор должен выйти в экваториальную плоскость, погасив при этом угловое движение по ψ, принимаем $X_2 = 4{,}0$, т.е. за пределами группы десяти колец и десяти малых спутников. Для точки M_1, где начинается второй этап движения с участием внешних диссипативных сил, принимаем $X_1 = 1{,}9$, т.е. на участке между 8 и 9-м кольцами (табл. 3.I).

125

Таким образом, задаваемая схема движения ротора такова. Начиная движение из положения M_0 на поверхности Урана, определяемом широтой ψ_0 = 0,I, ротор на участке $[x_0, x_1]$ совершает свободное движение. На участке $[x_1, x_2]$ совершается управляемое движение во втором режиме с целью погасить угловое движение по ψ ; на этих двух участках ротор проходит над плоскостью экватора на высоте $z = R\psi x$, преодолевая тем самым системы всех десяти колец и десяти малых спутников Урана.

На последнем участке $[x_2, x_*]$ ротор движется в плоскости экватора; здесь с помощью фрикционных сил происходит гашение радиальной части движения и выход на постоянную орбиту $x_* = \beta$ = 4,6.

Исходные данные задачи, некоторые результаты, графики и их анализ приводятся ниже, см. пункт 3.

2. Из планет-гигантов Солнечной системы Сатурн имеет наиболее внушительную и сложную систему колец и спутников

? [

Система главных колец D, C, B, A, F, G, E фактически состоит из большого числа отдельных, более узких, а также множества промежуточных невидимых с Земли колец и составляет почти сплошное кольцо, простирающееся едва ли не от атмосферы планеты до расстояния $8R$, где R = 6,0I·I0^{7}м - радиус Сатурна. В относительных величинах R_i/R это соответствует интервалу [I; 8] .

В промежутках между отдельными кольцами, составляющими внешние системы колец G и E , движутся I2 малых спутников Сатурна. Первый большой спутник Рея, находящийся за пределами колец, имеет относительный радиус орбиты X = 8,5; затем следует большой, шириной ΔX = II,5 свободный кольцевой промежуток до наиболее крупного спутника Титана с относительным радиусом орбиты X = 20.

Не рассматривая отдельные кольца системы, их радиусы, интервалы между ними, а также движущиеся среди них малые спутники, поставим задачу о выводе ротора ОТС в указанный выше большой промежуток между спутниками Реей и Титаном. Для этого полагаем: X_1 = 3,0; X_2 = 9,0; $X_* = \beta$ = I5,0.

Соответствующая стартовая скорость ротора V_0 = 83 км/с при этом по-прежнему ψ_0 = 0,I. Ускорение силы тяжести на Сатурне g = 9,54 м/с2, первая и вторая космические скорости V_1 = 24 км/с, V_2 = 34 км/с. Все эти величины вычисляются как сумма переносной скорости от вращательного движения Сатурна и относительной скорости (по отношению к точкам стартовой позиции): $V_a = V_e + V_r$, где $V_e = R\Omega\cos\psi_0 \approx$ $\approx$ I0 км/с, Ω = I,68 $\cdot$ I0^{-4} с$^{-I}$ – угловая скорость Сатурна. Составляющие приведенных выше скоростей, достигаемые при разгоне ротора, составляют соответственно 73 км/с, I4 км/с и 24 км/с.

$= \Omega R \cos\psi_0 \approx 10$ км/с, $\Omega = 1{,}68 \cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$ – угловая скорость Сатурна. Составляющие приведенных выше скоростей, достигаемые при разгоне ротора, составляют соответственно 73 км/с, 14 км/с и 24 км/с.

3. Результаты решения задач на ЭВМ. В табл. 3.3 приведены значения постоянных в условиях задач; здесь m_1 и ΔX масса единицы длины ротора и шаг вычислений; остальные величины пояснены в п.п. I и 2.

Табл. 3.3

	R (км)	g (м/с2)	m_1 (кг)	x_1	x_2	x_*	Δx
Уран	26200	10,4	100	1,9	3,6	4,6	0,1
Сатурн	60100	9,54	100	3,0	9,0	15,0	0,25

На рис. 3.4 и 3.5 показана зависимость динамических характеристик ротора при движении в условиях Урана от безразмерной радиальной координаты X. Положения колец и десяти малых спутников обозначены на оси X жирными точками (следы от пересечения кольцами вертикальной плоскости XOZ) и звездочками (следы от пересечения той же плоскости орбитами спутников).

Величины, имеющие разный порядок, приведены на графиках в безразмерном виде и специальных масштабах, которые приводят безразмерные аналоги к одному порядку. Связь безразмерных аналогов с истинными величинами пояснена в подрисуночных текстах.

Радиальное ускорение W на участках $[X_0, X_1]$ и $[X_1, X_2]$

изменяется под действием центробежной и гравитационной сил, стремясь к нулю в точке орбиты X_*; на конечном участке $[X_2, X_*]$ оно под действием фрикционной силы $F_{тр}$ меняет знак, погашая радиальную скорость V и обращаясь вместе с нею в нуль в точке X_*.

Радиальная скорость V интенсивно меняется только на начальном и конечном участках, на среднем участке она почти постоянна; наибольшая ее величина около 27 км/с.

Высота Z ротора над экватором на участке $[X_0, X_1]$ меняется линейно; штриховое продолжение линии проходит, согласно (3.25), через точку орбиты $X_* = \beta$. Под действием внешней диссипативной силы P, вводимой на участке $[X_1, X_2]$, угол ψ (рис. 3.5) и вместе с ним высота Z быстро уменьшаются до нулевых значений в точке X_2. На рис.3.4 видно, что ротор проходит на достаточно большой высоте над областью расположения колец и малых спутников; исключение составляет десятый спутник, высота ротора над орбитой которого около 40 км. Учитывая размер этого спутника (d = 165 км) и возможное отклонение его орбиты от экваториальной плоскости, такая высота конечно, недостаточна. Улучшить положение можно тремя способами:

- перенести вправо точку X_1, где включается сила P;
- перенести вправо точку X_2, где ротор опускается в плоскость экватора;
- вместо (3.28) выбрать другой закон управляемого изменения угла ψ и высоты Z.

Диссипативная сила $P(X)$, управляющая движением по углу ψ и высоте Z и приходящая на единицу длины ротора,

118/2

имеет наибольшие значения около 300 Н и меняет знак в положении $X = 2{,}5$. Это является, очевидно, следствием заданного закона (3.28) изменения угла ψ ; возможно, что при другом законе сила $P(X)$ будет знакопостоянна, монотонно уменьшая свои значения.

Фрикционная диссипативная сила $F_{тр}(X)$, представляющая собой сумму сил трения и равная силе натяжения фрагмента, изменяется, согласно (3.33), линейно, принимая,в общем случае большие значения. Причина этого - очень малая кривизна элементов ротора, поэтому силы натяжения, направленные по касательным в конечных точках элемента, имеют очень малую виличину равнодействующей, которая направлена по радиусу и должна тормозить радиальное движение, Чтобы уменьшить величину $F_{тр}$, можно вводить эту силу с момента старта ротора в положении X_0, а также использовать гравитационное торможение (подъем и поэтапное сбрасывание частей оболочки) и другие диссипативные силы, в том числе внешние.

На рис. 3.5 представлены графики величин, характеризующих движение плоскости ротора по отношению к экваториальной плоскости Урана, а также общего времени движения ротора.

$$t = \int_{X_0}^{X} \frac{dX}{\dot{X}(X)} .$$

На участке свободного расширения ротора $[X_0, X_1]$ угловое ускорение $\ddot{\psi}$ меняется от начального отрицательного значения $-1{,}83 \cdot 10^{-7}$ $с^{-2}$ до максимального положительного $0{,}37 \cdot 10^{-7}$ $с^{-2}$ и затем начинает убывать. При включении в точке X_1 диссипативной силы $P(X)$ ускорение $\ddot{\psi}$ изменяется скачком, принимая отрицательные значения и ускоряя движение плоскости ротора к экватору. После изменения знака ускорения в точке X = 2,2 движение тормозится и погашается в точке

Время движения t имеет два участка, на которых скорость значительного увеличивается в начале движения, когда радиальная скорость мала, и в конце, когда она начинает уменьшаться; между этими участками время t изменяется линейно в зависимости от радиального расстояния X , что является следствием почти постоянной радиальной скорости. Общее время движения к орбите в положении X_* = 4,6, что соответствует радиальному перемещению 94000 км, достигает III мин при средней скорости движения I4 км/с.

Схема движения ротора в условиях Сатурна аналогична, отличаясь числовыми значениями характеристик; например, общее время движения равно 430 мин, почти в четыре раза превышая указанную выше величину; радиальное перемещение составляет 840000 км при средней скорости движения 32 км/с.

4. ПРОБЛЕМЫ СОЗДАНИЯ УСКОРИТЕЛЯ И РАЗГОНА РОТОРА ОТС

Данная глава содержит постановку задачи о создании комбинированной тягово-левитационной системы ОТС, осуществляющей подвес ротора внутри вакуумной оболочки и его бесконтактный разгон до космических скоростей. Более подробное изложение этих вопросов содержится в отчетах [III, IY].

Исследована динамика разгона ротора, рассматриваемого на первом этапе как жесткое тонкое кольцо, с учетом действия тяговых усилий, изменяющихся обратно пропорционально скорости ротора. Рассмотрена постановка задачи о движении ротора при действии определенного типа возмущающих факторов [VI].

4.I. Системы подъема ротора в центр оболочки

Ускорению ротора относительно эстакады предшествует подъем или левитация ротора до положения центральной линии вакуумной оболочки. Система подъема, если ограничиться случаем экваториального расположения ОТС, должна удовлетворять следующим основным требованиям:

I. Левитация ротора должна происходить бесконтактно, что можно достигнуть с помощью взаимодействия магнитных полей с электрическими токами.

2. Левитация должна иметь неколебательный характер, в крайнем случае - характер быстрозатухающих колебаний. Конечное положение - коаксиально в центре оболочки, с зазором между ротором и оболочкой около 0,I м.

3. Силовые и другие параметры магнитного подвеса в расче-

119

те на I м длины ротора должны быть такими, чтобы преодолеть и затем уравновесить вес элемента ротора такой же длины. Упругая сила растяжения устраняется путем создания люфтов в телескопических соединениях фрагментов.

4. В процессе разгона ротора вес его элементов уменьшается – как равнодействующая силы тяготения и центробежной силы, направленных вдоль радиуса в противоположные стороны. Соответственно должна уменьшаться сила магнитного давления на ротор, следовательно, обязательна обратная связь между линейной скоростью ротора и силой магнитного давления или между изменением зазора и магнитной силой.

5. В момент достижения первой космической скорости V_1 равнодействующая силы тяготения и центробежной силы каждого элемента ротора обращается в нуль (состояние невесомости), а затем, при увеличении скорости, меняет направление. Аналогично этому и сила магнитного давления должна изменить свое направление, удерживая ротор от расширения. При достижении расчетной скорости $V_0 > V_1$ эта сила имеет значение

$$N = \frac{mV_0^2}{R} - mg = \frac{m}{R}\left(V_0^2 - V_1^2\right),$$

где m – масса элемента ротора, R – радиус экватора, g – гравитационное ускорение на экваторе, $V_1 = \sqrt{gR}$.

6. После начала радиального движения (второй этап) система подвеса должна удерживать оболочку на расширяющемся роторе с сохранением зазора между ними без подвода энергии от внешних источников.

Известны системы магнитной левитации трех типов [III]:

1. Подвес с помощью магнитов.

2. Электромагнитный подвес.

3. Электродинамический подвес.

Возможны также различные сочетания этих трех основных типов.

Подвес с помощью постоянных магнитов использует силу отталкивания одноименных полюсов магнитов. Для этой цели на наружной поверхности ротора и внутренней поверхности оболочки устанавливаются четыре пары магнитов: две - для вертикальной левитации и две - для горизонтальной стабилизации.

Характеристики имеющихся магнитов с учетом их размеров применительно к поперечным размерам ротора и оболочки недостаточны для получения необходимых при подвесе ротора параметров, в частности, силы давления на единицу массы ротора. Этот недостаток усиливается тем обстоятельством, что на этапе движения со скоростью $V < V_1$ вся нагрузка от веса ротора передается только нижним магнитам; к силам тяжести добавляется магнитная сила давления от верхних магнитов. После достижения скорости V_1 картина меняется - основная нагрузка передается верхним магнитам. В обоих случаях нагрузки воспринимаются вакуумной оболочкой, обеспечение прочности которой приводит к значительному увеличению ее массы. Существенные трудности создает также высокая удельная плотность материала постоянных магнитов и, следовательно, их большая относительная масса.

Использование сил притяжения разноименных полюсов вообще невозможно, так как такая система принципиально неустойчива: при увеличении зазора сила притяжения падает, а при уменьшении - растет; в том и другом случаях это может привести к нарушению бесконтактности. Чтобы предотвратить такую ситуацию, необходимо управлять силой магнитов, но для постоянных магнитов это невозможно.

Таким образом, постоянные магниты не удовлетворяют требованиям, необходимым для обеспечения бесконтактного подвеса ротора внутри оболочки на всех этапах разгона и подъема в плотной атмосфере.

К выводу о нецелесообразности применения постоянных магнитов пришли и разработчики высокоскоростного наземного транспорта на магнитной подушке, т.е. при решении более простой технической задаче, с намного меньшими скоростями движения и массовыми параметрами.

Электромагнитный подвес основан на использовании сил притяжения электромагнитов с ферромагнетиками. Для этого ротор ОТС должен содержать элементы из ферромагнитного материала, а электромагниты располагаются на оболочке. Размещение электромагнитов на роторе нецелесообразно, так как при этом возникает проблема подачи к ним электроэнергии.

При перемещении ферромагнетика относительно электромагнитов в нем наводятся вихревые токи, создающие магнитный поток, размагничивающий основной магнитный поток, созданный электромагнитами. Возникающая при этом сила может быть разложена на тормозную, направленную против направления движения ротора, и отталкивающую, направленную против левитирующей силы подвеса. С ростом скорости движения ротора влияние вихревых токов может быть существенно, поэтому необходимы меры для компенсации указанных сил. Компенсация отталкивающей силы осуществляется системой управления путем значительного увеличения тока в обмотке электромагнитов, а тормозной силы - увеличением тягового усилия линейного двигателя.

Применению электромагнитного подвеса для левитации ротора ОТС препятствуют малая величина зазора и нестабильность подвеса. Магнитная сила возрастает с уменьшением зазора и уменьшается при его увеличении. Таким образом, система с притяжением, как уже отмечалось, нестабильна, она имеет "отрицательный" коэффициент упругости и для ее стабилизации необходимо применять механизм обратной связи, регулирующий ток магнита, затрачивая при этом значительную энергию.

Электродинамический подвес основан на использовании правила Ленца, согласно которому ток, индуцированный в проводящем контуре магнитным полем, направлен таким образом, чтобы сохранить постоянным магнитный поток. Магнитное поле индуцированного тока противоположно по направлению внешнему переменному магнитному полю и между магнитом и контуром возникают силы отталкивания. Система с отталкиванием устойчива относительно смещений, т.к. силы отталкивания возрастают с уменьшением зазора между элементами системы.

При постоянной величине магнитного поля индуцированный ток возрастает с увеличением частоты изменения поля, асимпотически насыщаясь при больших частотах. Насыщение достигается, когда магнитное поле перестает проникать в проводник. Сила отталкивания также возрастает с частотой, достигая затем предельного значения.

При разработке системы с отталкиванием возникает проблема диссипации энергии вследствие конечной проводимости проводника контура. Как и индукционный нагрев, эта диссипация зависит от частоты изменения поля, достигая максимума на определенной частоте и уменьшаясь до нуля на высоких частотах.

Система с отталкиванием целесообразна для применения в ОТС, так как позволяет использовать сверхпроводящие магниты для генерирования необходимого магнитного поля. С помощью таких магнитов создается сильное магнитное поле в большом объеме, что решающим образом влияет на всю конструкцию системы.

Электродинамическая система подвеса в ОТС имеет простую схему. На роторе, движущемся относительно оболочки, размещены в ряд сверхпроводящие магниты, а на оболочке расположены контура из диамагнитного материала. Создаваемое магнитное поле постоянно по отношению к ротору, но переменно по отношению к оболочке и контурам. В результате возникает сила отталкивания, которая и удерживает ротор относительно оболочки. Но если ротор неподвижен, то подъемная сила равна нулю, поэтому в начале движения должна действовать другая, "стационарная" система подвеса.

Электродинамический подвес по сравнению с подвесами на постоянных магнитах и электромагнитным имеет два преимущества:

I. Зазор между магнитами и контурами может быть на порядок больше, что имеет принципиальное значение при высоких скоростях.

2. Сильное магнитное поле, создаваемое в большом объеме, можно использовать не только для подвеса, но и для приведения в движение ротора ОТС, т.е. совместить механизмы подвеса и разгона ротора.

Последнее обстоятельство очень важно, так ак резко упрощается вся тягово-левитационная система (ТЛС) ускорителя ОТС, уменьшается расход электропроводящих материалов, энергии и т.д.

С электродинамическим подвесом связаны, однако, две проблемы: необходимость дополнительного типа подвеса при малых скоростях и криообеспечение сверхпроводящих магнитов. Вторую проблему можно решать, используя высокотемпературную сверхпроводимость.

4.2. Проблемы создания линейного электродвигателя для разгона ротора до космических скоростей

Электродвигатель для привода ротора в движение относительно эстакады должен удовлетворять следующим основным требованиям [11] :

1. Питание электродвигателя осуществляется от некоторого числа электростанций, включенных параллельно, с одинаковой частотой тока, с заданной суммарной мощностью.

2. Исключается необходимость передачи электроэнергии на ротор в период его разгона гальваническим путем.

3. Электродвигатель должен обеспечить надлежащую величину пускового усилия и требуемые усилия для достижения необходимой скорости вращательного движения ротора за приемлемый промежуток времени - несколько суток.

4. Конструктивная схема электродвигателя обеспечивает его многофункциональность:

4.1. Электродвигатель служит ускорителем ротора ОТС.

4.2. Электродвигатель является частью электродинамической системы левитации ротора, обеспечивая в сочетании с другими типами подвеса его бесконтактный подвес относительно оболочки, включая этап движения ротора с оболочкой в плотной атмосфере.

4.3. После выхода ротора на орбиту элементы ТСЛ должны использоваться для создания энергетических и, особенно, транспортных систем как в пределах данного промышленного кольца на основе ротора, так и между данным и другими кольцами космической промышленной зоны.

4.4. ТЛС должна быть оптимальной в смысле потерь энергии и расхода материалов.

Эти разноплановые требования могут быть удовлетворены путем рациональных компромиссов при решении многокритериальной оптимизационной задачи.

Ниже кратко рассмотрены особенности и возможности удовлетворения указанным требованиям трех основных типов двигателя: асинхронного, синхронного и коммутаторного на постоянном токе.

В схеме асинхронного двигателя для привода в движение ротора ОТС статор, включающий сердечник с многофазной обмоткой, закрепляется на оболочке. На роторе устанавливается вторичная обмотка, выполненная либо в виде шины из металла с высокой электрической проводимостью, либо в виде замкнутых по торцам проводников.

Сила, действующая на обмотку ротора, может создаваться лишь в том случае, если скорость его перемещения меньше скорости перемещения волны магнитной движущей силы. Таким образом, при увеличении скорости ротора должна увеличиваться и скорость волны, что можно достигнуть, увеличивая частоту пи-

126

тающего напряжения. Синхронизация для этой цели большого числа параллельно работающих преобразователей частоты весьма сложна.

Мощность асинхронного двигателя ОТС чрезвычайно велика, и пусковой ток при прямом пуске вызовет недопустимо большое падение напряжения в сети. Кроме того, при пуске в обмотке ротора выделяется тепловая энергия, равная кинетической энергии приводимого в движение ротора. Выделение энергии в первичной цепи обычно несколько больше, чем во вторичной, что может привести к перегреву двигателя. Поэтому прямой пуск невозможен и следует применять пуск при пониженном напряжении. Общий КПД двигателя невысок, достигая 0,2 - 0,25.

Требования 2 и 3 недостижимы при использовании асинхронного двигателя. Безоговорочно выполняется лишь требование 2 об исключении передачи электроэнергии на ротор гальваническим путем.

Таким образом, особенности схемы и работы асинхронного двигателя вряд ли позволяют использовать его в качестве двигателя для ротора ОТС.

В схеме синхронного двигателя для ускорения ротора многофазная обмотка якоря закреплена на оболочке, а обмотка возбуждения индуктора - на роторе. Обмотка возбуждения при этом - сверхпроводящая, работающая в режиме замороженного потока, поэтому нет необходимости передавать электрическую энергию на ротор после запитки обмотки и ее закорачивания.

Пусковые свойства синхронного двигателя требуют регулирования частоты подводимого к обмотке якоря тока от нулевых значений до номинальных, однако проблема регулирования, особенно в диапазоне низких частот, в настоящее время не решена.

С другой стороны, применение сверхпроводящей обмотки возбуждения индуктора позволяет отказаться от ферромагнитного сердечника на якоре, поэтому расположенные на оболочке обмотки и проводящие элементы можно комбинировать так, чтобы они, помимо тяги, обеспечивали и функции системы электродинамического подвеса. КПД синхронного двигателя значительно выше и находится уже на рациональном уровне. Таким образом, существенным препятствием при использовании синхронного двигателя для ускорения ротора ОТС является лишь проблема пуска и регулирования частоты питающего тока.

Схема коммутаторного двигателя аналогична схеме синхронного: сверхпроводящая обмотка индуктора, работающего в режиме замороженного потока, фиксируется на роторе, а обмотка якоря закреплена на оболочке. Секции обмотки якоря питаются от сети переменного тока, работающей на выпрямители, через тиристорный коммутатор. Его назначение – переключать секции обмотки якоря по сигналам от специальных датчиков в зависимости от расположения полюсов индуктора. В результате возникает сила тяги постоянного направления, зависящая от подаваемого на обмотку якоря напряжения, что намного упрощает проблемы пуска и регулирования скорости ротора. КПД такого двигателя выше, чем у синхронного; выполняются также пункты I,2 требования многофункциональности, т.е. помимо ускорения, он может выполнять также функцию левитации ротора.

В отчете [IV] предпочитается асинхронный двигатель без использования сверхпроводимости, но при этом только в качестве ускорителя ротора; КПД такого двигателя может быть доведен до 0,9.

128

Таким образом, из трех систем магнитного подвеса и трех типов электродвигателя для ускорения ротора ОТС с учетом приведенных выше требований к таким системам, предпочтительна электродинамическая система подвеса, а в качестве ускорителя - двигатель постоянного тока с тиристорными коммутаторами, сочетающему обе функции. При этом эффективная работа систем подвеса и ускорения будет в том случае, когда в качестве источника постоянного магнитного поля используются сверхпроводящие обмотки возбуждения, исключающие необходимость подвода электроэнергии к ротору в процессе его движения.

Элементы рассмотренных систем, предназначенных для подъема и разгона ротора массой в I-4 млн. тонн, располагаются на самом роторе и вакуумируемой оболочке, которая также поднимается на этапе движения в атмосфере, что является существенным недостатком этих систем. Такое расположение элементов приводит к значительному снижению доли полезного груза, поднимаемого ротором и к увеличению массы оболочки. Кроме того, на левитацию, разгон и подъем самой ТЛС требуются значительные дополнительные расходы энергии, что приведет к снижению общего КПД системы.

Возможно, что этот недостаток можно устранить путем создания комбинированной системы левитации ротора с использованием всех трех основных типов, указанных в 4.I. При этом основная часть системы подвеса должна быть стационарной, т.е. находиться на эстакаде вне вакуумируемой оболочки.

Если объединить последнее требование, а также требование исключения возможности возникновения тепловых потерь в роторе, с требованиями к системе левитации в п. 4.I и к системе разгона в данном п., то получим идеальную ТЛС ротора. Решение возникающих при этом проблем найдет применение и при создании перспективных систем наземного сверхскоростного транспорта.

4.3. Проект комбинированной системы разгона и левитации ротора

Учитывая особенности движения ротора и функционирования ТЛС, рабочий цикл разгона ротора и его подъема в атмосфере вместе с оболочкой разделим на 4 периода [VI].

Первый период (пусковой) характеризуется изменением скорости ротора от нулевой до V', составляющей 100-200 м/с. Электродинамическая сила подъема здесь незначительна, но сила торможения в системе электродинамического подъема достигает пикового значения. Поэтому в первом периоде подвес ротора должен осуществляться либо самим тяговым двигателем, либо вспомогательной стационарной системой, что более предпочтительно. При движении в указанном диапазоне скоростей управление коммутаторным двигателем не представляет большой сложности.

Второй период включает диапазон изменения скорости ротора от V' до V_1 - первой космической скорости, при которой ротор становится невесомым. Здесь происходит постепенное переключение от стационарной к электродинамической системе подвеса, наиболее поддающейся регулированию и саморегулированию, когда сила подвеса изменяется в зависимости от величины зазора, исчезая при достижении ротором положения вдоль центральной оси оболочки. Учитывая переменность веса

130

элементов ротора, как равнодействующей центробежной силы и силы тяготения, систему можно регулировать так, что сила подвеса будет равна весу элементов, исчезая к концу периода. Полезная мощность двигателя идет, главным образом, на создание тяговой силы.

В третьем периоде - от скорости V_1 до расчетной скорости V_0, конечной для этапа разгона и начальной для этапа подъема, происходит изменение направления равнодействующей центробежной и гравитационной сил: она теперь направлена для каждого элемента ротора вверх по местной вертикали. Электродинамическое усилие левитации также должно изменить направление на противоположное. Максимальное значение такого усилия на единицу длины ротора составляет V_0^2/V_1^2-1 от веса соответствующего элемента неподвижного ротора.

Четвертый период - промежуточный между этапами разгона и движения ротора в открытом космосе. Основная его особенность - движение ротора в вакуумной оболочке через атмосферу в режиме упругого расширения. От момента отделения от эстакады и до выхода из плотных слоев атмосферы примерно на высоте 100 км, зазор между ротором и оболочкой поддерживается автономной системой электродинамического подвеса без поступления электроэнергии от внешних источников. Левитационное усилие должно быть достаточным для преодоления инерционности оболочки при ее радиальном движении, а также сил тяготения, сопротивления атмосферы и упругости при растяжении оболочки.

Начало радиального движения зависит от соотношения масс оболочки и ротора: чем оно больше, тем большей должна быть начальная для этого периода кинетическая энергия ротора.

Большая масса оболочки приводит к дополнительному расходу энергии, но дает возможность диссипации энергии радиального движения ротора при подъеме и поэтапном сбросе ее частей. Выбор схемы ТЛС, ее силовые, массовые и другие характеристики должны быть подчинены принятым законам движения ротора на этапе подъема к орбите.

При разработке линейного электродвигателя для ОТС найдена оригинальная схема ТЛС [111], которая может быть частью более полной системы, обеспечивающей подвес и ускорение ротора на этапе разгона, а также бесконтактное ускоренное радиальное движение ротора и оболочки в атмосфере. Главное в предлагаемой схеме (рис. 4.I) – использование сверхпроводящих обмоток возбуждения (СПОВ) 4, установленных вертикально на роторе 5 в его диаметральной плоскости, и дискретных катушек электродинамического подвеса 6 на внутренней поверхности оболочки 7. Сверхпроводящие обмотки возбуждения имеют удлиненную форму, близкую к прямоугольной, и расположены по длине ротора цепочкой – одна за другой. Дискретные короткозамкнутые катушки подвеса образуют два ряда, сдвинутых относительно друг друга в направлении движения ротора на половину шага намотки катушек. Каждая катушка состоит, в свою очередь, из двух петель уголкового профиля, расположенных в вертикальной плоскости одна над другой. Верхний и нижний продольные проводники каждой катушки отогнуты в сторону ротора и находятся в плоскости сверхпроводящих обмоток возбуждения.

Статорные обмотки двухстороннего линейного электродвигателя постоянного тока 3 расположены на обеих вертикальных стенах эстакады I. Обмотка имеет катушечную конструкцию;

подключение ее секций к фидерной линии 2 производится посредством полупроводникового коммутатора, ключевые элементы которого равномерно распределены вдоль эстакады I. Таким образом, существенная часть элементов линейного электродвигателя удовлетворяет требованию стационарности, располагаясь на эстакаде, что дает возможность ее многократного использования.

ТЛС работает следующим образом. До пуска двигателя выполняются подготовительные операции:

- для уменьшения потерь при разгоне ротора в диапазоне малых скоростей, когда сила торможения в системе электродинамического подвеса достигает пика, размыкают катушки подвеса;

- запитывают постоянным током сверхпроводящие обмотки возбуждения ротора, при этом предполагается применение высокотемпературных, в пределах 20-30°С, сверхпроводящих материалов, чтобы исключить криостатирование обмоток;

- включают дополнительную (стационарную) систему левитации, осуществляющую бесконтактный подвес ротора внутри оболочки.

Пуск двигателя осуществляют, подавая напряжения на статорные обмотки. Под действием возникающей электромагнитной силы тяги ротор приходит в движение. При достижении скорости катушки электродинамического подвеса замыкают накоротко. Под влиянием переменного магнитного поля движущихся СПОВ в них наводятся вихревые токи, величина которых достаточна для того, чтобы осуществлять в дальнейшем подвес ротора относительно вакуумной оболочки. Стационарная система подвеса отключается.

Особенность предлагаемой ТЛС – создание необходимой величины тяги и обеспечение при этом в режиме саморегуляции

133

бесконтактного взаимодействия ротора с оболочкой на последних трех периодах процесса разгона и движения в атмосфере:

– в диапазоне скоростей от V' до V_1, когда ротор обладает "положительным" весом, взаимодействие СПОВ с короткозамкнутыми катушками носит характер отталкивания от нижних петель катушек и притяжения к верхним;

– в диапазоне скоростей от V_1 до V_0 ротор перемещается ближе к верхним петлям катушек; в этом случае СПОВ отталкиваются от верхних и притягиваются к нижним петлям катушек;

– при достижении расчетной скорости V_0 освобождаются захваты, удерживавшие оболочку от перемещения; ротор, расширяясь, принуждает совершать радиальное движение и оболочку. В этом случае левитационная система осуществляет бесконтактный подвес оболочки относительно ротора.

Такая многофункциональность системы подвеса достигается специальной конфигурацией короткозамкнутых катушек. Необходимые электротехнические расчеты, энергетические, силовые, массовые и другие параметры системы приведены в [III]. В частности, показано, что при окружной скорости ротора, равной первой космической скорости V_1, когда ротор невесом, левитационное усилие электродинамического подвеса предложенной конструкции равно нулю, и система подвеса работает без потерь энергии. Если двигатель и систему подвеса отключить, то при отсутствии аэродинамических и других потерь ротор будет двигаться неограниченно долго. Ротор можно использовать и в качестве эффективного накопителя энергии, для этого в стационарном его положении необходима скорость V_1.

4.4. Задача о разгоне ротора ОТС

Исследуем движение ротора на этапе разгона при самых общих предположениях о его свойствах, тяговых усилиях двигателя и т.д. В качестве физической модели ротора принимаем тонкий кольцеобразный стержень, расположенный коаксиально внутри вакуумной оболочки и равномерно нагруженный продольными тяговыми усилиями от секция линейного электродвигателя. Масса ротора M , его радиус R – экваториальный радиус Земли, момент инерции относительно оси вращения ротора $J_z = MR^2$. Главный момент тяговых усилий относительно оси z :

$$M_z = \sum qR = QR,$$

где q – тяговое усилие от одной секции двигателя, $Q=\sum q$ – суммарное тяговое усилие.

Движение ротора рассматривается по отношению к двум системам отсчета с общим началом в центре масс Земли O . Действием окружающих небесных тел – Солнца, Луны и т.д. пренебрегаем. Перемещение точки O не влияет на процесс разгона ротора, поэтому точку O полагаем неподвижной.

В системе $Oxyz$ оси неподвижны; ось z направлена вдоль оси вращения Земли и ротора, оси x , y расположены в плоскости экватора. Движение ротора по отношению к этой системе абсолютное.

В системе $Ox_1y_1z_1$ оси x_1, y_1 расположены также в экваториальной плоскости и вращающимися вокруг совпадающих осей z и z_1 с угловой скоростью Ω Земли.

135

Движение ротора вместе с этой системой переносное, а по отношению к ней – относительное.

В период разгона рассмотрим движение ротора относительно эстакады, неподвижной по отношению системы $Ox_1y_1z_1$, т.е. относительную часть движения. В момент окончания разгона, начала радиального движения ротора и последующем его движении рассмотрим также абсолютное движение. Между скоростями точек ротора существует соотношение

$$V_a = V_e + V_r,$$

где V_a – абсолютная скорость, $V_e = \Omega R$ = 0,46 км/с – переносная скорость и V_r – относительная скорости точек ротора. В момент окончания разгона $V_a = V_0$, где V_0 – начальная абсолютная скорость на этапе подъема ротора к орбите.

Полезную мощность P электродвигателя полагаем постоянной на этапе разгона ротора; потребляемая мощность $P' = P/K_1$, где K_1 – КПД двигателя. В общем случае постоянна только потребляемая мощность P', а K_1 и P зависят от скорости V_r относительного движения ротора. При этом функциональная зависимость определяется реализованной схемой двигателя, левитационной системы и т.д. При исследовании динамики ротора в период разгона принимаем усредненные постоянные значения K_1 и P. Усредненное значение суммарного тягового усилия связано со скоростью ротора соотношением $Q = P/V_r$. В начальный момент, когда $V_r = 0$, и на некотором малом промежутке $[0, t']$ эта формула неприменима и заменяется другой, не имеющей особенностей. Время пуска исключается из рассмотрения ввиду его малости и, соответственно, малости изменения скорости и перемещения ротора.

Запишем дифференциальное уравнение вращательного движения ротора

$$J_z \frac{d\omega_r}{dt} = M_z ,$$

где $\omega_r = V_r / R$ – относительная угловая скорость ротора. После упрощений получим

$$M \frac{dV_r}{dt} = Q = \frac{P}{V_r} . \qquad (4.1)$$

В результате интегрирования находим зависимость относительной скорости ротора от времени движения

$$V_r = \sqrt{\frac{2Pt}{M}} . \qquad (4.2)$$

Пусть время разгона T = 5 суток, конечная абсолютная скорость V_a = 10 км/с, следовательно, $V_r = V_a - V_e =$ = 9,54 км/с, масса ротора $M = 2 \cdot 10^9$ кг при погонной массе 50 кг/м. Из (4.2) найдем необходимую полезную мощность $P = MV_r^2 / 2T$ = 211 млн.кВт.

Для КПД принимаем K_1 = 0,5, тогда полная мощность P' = 422 млн.кВт, превосходя мощность ракеты-носителя "Энергия" всего в 3,5 раза. Но удельная мощность на тонну поднимаемого полезного груза составляет 211 кВт/т, тогда как для "Энергии" такой же показатель равен $1{,}2 \cdot 10^6$ кВт/т, т.е. примерно в 6000 раз больше. Ни одна из используемых или разрабатываемых в настоящее время систем подъема грузов в космос не имеет такого низкого значения удельной мощности, как система ОТС.

Представляя V_r как производную dS/dt, где S - дуговая координата некоторой характерной точки ротора, и интегрируя (4.2), находим закон движения ротора вдоль эстакады на этапе разгона

$$S=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2P}{M}}\,t^{3/2}. \tag{4.3}$$

Касательное ускорение точек ротора

$$W_\tau=\frac{dV_r}{dt}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2P}{M}}\,t^{-1/2}, \tag{4.4}$$

кроме значений t, принадлежащих малому промежутку $[0,t_1']$ пуска электродвигателя.

В проекции на нормаль соотношение для элемента ротора с единичной длиной и соответствующей массой m имеет вид

$$\frac{mV_a^2}{\rho}=mg-N,$$

где ρ - радиус кривизны траектории, N - магнитное давление системы подвеса. Для невозмущенного движения $\rho=R$, тогда

$$N=m\left(g-\frac{V_a^2}{R}\right).$$

Это усилие магнитного подвеса, приходящееся на I м длины ротора. Оно изменяется от значения веса mg_1 элемента в начале разгона $\left(g_1=g-\frac{V_e^2}{R}\right.$ - ускорение свободного падения на экваторе) до нуля, когда $V_a = V_1 = \sqrt{gR}$, затем меняет знак и достигает значения $m\left(\frac{V_0^2}{R} - g\right)$ в конце этапа разгона. Эта величина меньше веса элемента ротора на интервале изменения его абсолютной скорости $[V_1, V_2]$, где $V_2 = \sqrt{2gR}$ – вторая космическая скорость. В момент достижения V_2 усилие N принимает значение, равное силе тяготения элемента, но направлено вниз. На участках эстакады, где по условиям рельефа местности $\rho < R$, величина N может превышать в несколько раз вес элемента ротора.

4.5. Динамика возмущенного движения ротора при нарушениях работы системы разгона

На огромном протяжении эстакады и в течение большого промежутка времени разгона – несколько суток – в ускорительной системе могут возникнуть различного рода нештатные ситуации, отклоняющие процесс разгона ротора от номинального режима. К ним относятся: выход из строя одного или нескольких агрегатов на одной из электростанций, питающей энергией некоторый участок ускорительной системы; выход из строя всей электростанции или системы подвода энергии от нее; нарушения в работе самой ускоряющей системы, приводящие к падению мощности на некотором участке и т.д. Такие нарушения могут и не приводить к серьезным возмущениям, изменяя лишь общие характеристики движения ротора – ускорение, скорость, время разгона. Но при более высоком уровне нарушений возможны необратимые последствия. Наиболее серьезные из них – касание ротором оболочки, опасный уровень продольных колебаний ротора, возникновение резонанса и др. - могут привести к разрушениям системы ОТС.

Возникает проблема определения всех возможных отклонений от номинального режима, их различных сочетаний, выявления степени воздействия на процесс разгона ротора, определения границ допустимых отклонений, не приводящих к серьезным последствиям, и мер по ликвидации отклонений за пределами таких границ.

Большая группа нарушений приводит к изменению мощности на некотором участке ΔL линейного электродвигателя и, соответственно, изменению тягового усилия на этом участке. Неоднородность силового воздействия скажется прежде всего на локальных по положению и времени изменениях ускорения и скорости частей ротора, которые проходят участок ΔL. Последствием этих изменений будут продольные колебания в конструкции ротора.

Для исследования таких колебаний используем дискретную модель ротора в виде системы n материальных точек одинаковой массы m, замкнутых в форме кольца и соединенных упруго-вязкими связями. Вводим потенциальную энергию упругих связей

$$\Pi(u_i) = \frac{C}{2} \sum_{i=1}^{n} (u_i - u_{i+1})^2, \qquad (4.5)$$

где C - жесткость связей, $u_i(t)$ - отклонение i-ой точки от ее положения в роторе, принимаемом как жесткое кольцо, при номинальном режиме его разгона, описываемым уравнением (4.I) и зависимостями (4.2)-(4.4) соответственно для скорости, перемещения и ускорения ротора. При этом выполняется условие замкнутости кольца $u_{n+1} = u_1$.

При определении эквивалентной жесткости каждой из соединительных пружин используем соотношение [I5]

$$C = \frac{nEF}{L},$$

где E – усредненный модуль упругости материала ротора, F – площадь его поперечного сечения, L/n – длина участка между двумя соседними точками, L – длина ротора.

Упругая сила, действующая на i-ю точку

$$F_i = -\frac{\partial \Pi}{\partial u_i} = -C\left(2u_i - u_{i-1} - u_{i+1}\right), \tag{4.6}$$

для $i = n+1$ – с учетом условия замкнутости кольца.

Аналогично (4.5) вводится диссипативная функция Релея [2]

$$R(\dot{u}_i) = \frac{\lambda}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\dot{u}_i - \dot{u}_{i+1}\right)^2,$$

где λ – коэффициент вязкости материала ротора, $\dot{u}_i = \frac{du_i}{dt}$ – скорость возмущенного движения i-й точки. Диссипативная сила

$$R_i = -\frac{\partial R(\dot{u}_i)}{\partial \dot{u}_i} = -\lambda\left(2\dot{u}_i - \dot{u}_{i-1} - \dot{u}_{i+1}\right).$$

Пусть $\pm\Delta P_1$ – отклонение мощности линейного электродвигателя на участке ΔL_1 (рис. 4.2). Индекс I вводится потому, что может быть несколько таких участков, возникающих последовательно с течением времени, ΔL_1 – первый из них. Положение этого участка определяется дуговой координатой S_1, отсчитываемой вдоль эстакады от некоторой характерной точки O', принятой за начало отсчета, допустим, точкой пересечения эстакады с нулевым меридианом, до начала участка ΔL_1. Пусть t_1 - момент времени, отсчитываемый от начала движения ротора, когда произошло нарушение режима; $V_{r1} = \sqrt{\frac{2P}{M} t_1}$ - средняя скорость точек ротора в этот момент; Если в момент t_1 над участком ΔL_1 находилась i-я точка ротора, то время $\Delta t_{1,i}$ ее перемещения над участком определяется с помощью зависимости (4.3):

$$\Delta t_{1,i} = \left[t_1^{3/2} + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{M}{2P}} \Delta L_1 \right]^{2/3} - t_1. \quad (4.7)$$

В этот промежуток времени возмущающая сила

$$\Delta Q_{1,i} = \pm \frac{\Delta P_1}{V_{r1}}$$

действует на i-ю точку. Для большей точности в знаменатель можно подставить среднее значение скорости ротора за этот промежуток:

$$V'_{r1} = \frac{1}{2}\left[V_r(t_1) + V_r(t_1 + \Delta t_{1i}) \right].$$

Следующие моменты времени, когда i-я точка подходит к участку ΔL_1, определяются из условия: $S(t_{Ki}) - S(t_1) = (K-1)L$, K = 2.3,...; отсюда получим общее выражение для K-го момента контакта i-й точки с участком ΔL_1:

$$t_{K,i} = \left[t_1^{3/2} + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{M}{2P}} (K-1)L \right]^{2/3}; \quad K = 1,2,3,\ldots \quad (4.8)$$

Продолжительности такого контакта

$$\Delta t_{K,i} = \left[t_{K,i}^{3/2} + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{M}{2P}} \Delta L_1 \right]^{2/3} - t_{K,i}, \quad (4.9)$$

K = 1,2,3,...

142

Вследствие того, что скорость ротора растет, величины $\Delta t_{k,i}$ убывают, уменьшается также модуль возмущающего воздействия $|\Delta Q_{k,i}| = \frac{\Delta P_1}{V_r(t_{k,i})}$. Отсюда следует, что возмущающее влияние на ротор локального отклонения мощности ΔP_1 убывает с течением времени; график возмущающего воздействия представлен на рис. 4.3.

Первый контакт $i+1$-й точки с участком ΔL_1 происходит со сдвигом во времени, определяемым расстоянием L/n между точками:

$$t_{1,i+1} = \left[t_1^{3/2} + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{M}{2P}} \, \frac{L}{n} \right]^{2/3}. \tag{4.10}$$

С учетом (4.10) следующие моменты подхода $i+1$-й точки к участку ΔL_1 и продолжительности контакта определяются аналогично (4.8) и (4.9), где вместо t_1 и $t_{k,i}$ следует подставить $t_{1,i+1}$ и $t_{k,i+1}$.

В формулах (4.7)-(4.10) использовалось начальное, невозмущенное значение полезной мощности P, с учетом малости величины ΔP_1 по сравнению с P. Более точное значение полезной мощности $P_1 \pm \Delta P_1$.

Картика возмущений резко усложняется, если произойдет несколько нарушений режима разгона: $\pm \Delta P_j$, на участках ΔL_j, в моменты времени t_j, j = 1,2,... Не рассматривая подобную ситуацию, выпишем уравнения возмущенного движения дискретной вязко-упругой модели ротора в случае одного возмущения $\pm \Delta P_1$. С учетом выражения (4.6) для упругих и диссипативных сил, после некоторых преобразований получим

$$m\ddot{u}_i + \lambda(2\dot{u}_i - \dot{u}_{i-1} - \dot{u}_{i+1}) + c(2u_i - u_{i-1} - u_{i+1}) = \pm \Delta Q_{k,i}\,; \tag{4.11}$$

$$\Delta Q_{k,i} = \frac{\Delta P_1 \sqrt{M}}{\sqrt{2P_1}\left[t_1^{3/2} + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{M}{2P_1}}(k-1)L\right]^{2/3}}$$

на интервале времени очередного k-го контакта i-й точки с участком $\Delta L_1 : [t_{k,i}, t_{k,i}+\Delta t_{k,i}]$; и $\Delta Q_{k,i} \equiv 0$ на всем остальном интервале времени до момента $t_{k+1,i}$ следующего подхода i-й точки к участку возмущения.

Начальные условия задачи

$$u_i(t_1) = \dot{u}_i(t_1) = 0, \quad i = 1, 2, 3, \ldots$$

Интегрирование уравнений (4.II) производится до момента T, когда достигается значение относительной скорости $V_r = V_0 - V_e$. Эти уравнения представляют собой довольно громоздкую систему линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и почти периодическими правыми частями импульсного характера с убывающей интенсивностью и продолжительностью действия.

Схема возмущенного движения дискретной упруго-вязкой модели ротора представляется следующей. В той части ротора, которая проходит над участком возмущения ΔL_1 возникают вынужденные продольные затухающие колебания точек относительно жесткой "основы" ротора, движущейся по законам (4.2)-(4.4) невозмущенного движения. В частном случае это может быть также апериодическое затухающее движение точек относительно "основы". Части ротора, соседние с возмущаемым участком, испытывают возмущающее воздействие от него. В более удаленных частях возмущения затухают до их полного исчезновения. Интенсивность возмущений убывает с увеличением скорости ротора, так как убывает возмущающее воздействие и продолжительность его действия на отдельные части ротора.

Здесь возможна некоторая аналогия с волнами цунами, когда по невозмущенной поверхности движется волна наибольшей интенсивности, а за ней волны убывающей интенсивности до их полного затухания. Возможна также аналогия с одиночной волной типа солитона.

Опасность представляют случаи, когда величина локальных отклонений превышает критическое значение, при котором происходят необратимые явления - текучесть материала ротора или его разрушение. Следует исследовать случаи, когда скорость нарастания отклонений превышает звуковую скорость материала ротора и взаимодействие имеет ударный характер.

При наличии нескольких участков возмущений $\Delta L_1, \Delta L_2, \ldots$ возможно также явление резонанса, когда частота по отдельности безопасных возмущений совпадает с частотой собственных колебаний ротора, в результате чего амплитуда колебаний возрастает. Необходимо также учитывать, что в реальном роторе такие его параметры, как массы отдельных частей, их жесткости, коэффициенты вязкости, прочностные характеристики и т.д. в общем случае различны.

Основной целью исследований системы уравнений (4.II) является определение характера возмущенного движения, наибольших отклонений, скоростей отклонения, определение допустимых значений возмущающих воздействий, условий смены характера движения, условия возникновения резонанса и т.д. При наличии нескольких возмущений задача резко усложняется.

Основное значение имеют меры по предотвращению или срочной ликвидации всякого рода отклонений от номинального режима работы ТЛС.

4.6. Другие возможные возмущения движения ротора при разгоне

Кроме рассмотренных возмущений, связанных с функционированием технической и энергетической частей системы ОТС, возможны возмущения естественного происхождения - крупномасштабные изменения рельефа земной поверхности - горные массивы, плато и т.д., а также землетрясения, штормы, цунами, изменить характер которых, а тем более предотвратить невозможно.

При прохождении эстакады по участкам с крупными изменениями рельефа поверхности основной возмущающий фактор - изменение радиуса кривизны трассы; наиболее опасны случаи, когда меняется знак кривизны или при его постоянстве уменьшается радиус кривизны. Первый случай должен быть исключен, так как центробежная сила элементов ротора действует в ту же сторону, что и сила притяжения, а потому не отрывает, а прижимает эти элементы к эстакаде. Во втором случае необходимо отсутствие угловых точек в местах сопряжения участков с различными радиусами кривизны.

В случае прохода трассы через горный хребет или плато этого можно добиться по схеме, показанной на рис. 4.4. Здесь AB - участок трассы вдоль экватора с радиусом кривизны R ; BC - участок с переменным радиусом кривизны ρ от R до $\rho_1 < R$, гладко сопрягающийся с участками AB и CD ; CD - участок с постоянным радиусом кривизны ρ_1 ;

далее следует участок DE с переменным радиусом $\rho_1 \le \rho \le R$ и экваториальный участок EF с гладкими сопряжениями в точках D и E.

Трасса на горном участке CD проходит вдоль каньона, проложенного через хребты; изъятые горные породы используются на сооружение насыпей через ущелья на участках BC и DE. Такая трасса более экономична по сравнению с той, которая имела бы всюду постоянный радиус кривизны R, так как глубина каньона в первом случае меньше, чем во втором.

Рассмотрим элемент ротора, движущийся на участке $BCDE$ с радиусами кривизны, отличными от R. Пусть m – масса этого элемента; mg – сила притяжения, направленная к центру Земли вдоль местного радиуса экватора R; q – тяговое усилие от электродвигателя, приходящееся на данный элемент; N – левитационное усилие от системы подвеса.

При отсутствии угловых точек дифференциальное уравнение движения взятого элемента в проекции на касательную к траектории имеет вид

$$m\frac{dV_r}{dt} = q \mp mg_1 \sin\alpha,$$

где α – угол между касательной к траектории и соответствующей касательной к линии экватора, равный углу между местным радиусом кривизны ρ и радиусом экватора R. Этот угол очень мал, поэтому можно записать $\sin\alpha = \alpha$; отрицательный знак принимаем на участке BC_1, положительный – на участке C_1E, где C_1 – средняя точка участка CD. Элемент ротора здесь въезжает на очень пологую гор-

147

ку, а затем съезжает с нее.

Если уравнения (4.I2) суммировать по всем элементам ротора, то получим уравнение невозмущенного движения ротора (4.I), где $M=\sum m$, $Q=\sum q$.

Уравнение возмущенного движения для упруго-вязкой дискретной модели ротора имеет вид (4.II), в правую часть здесь следует подставить возмущающую силу $\mp m g_1 \sin\alpha$, меняющую знак в точке C_1. Возмущенное движение, как и в предыдущем случае, представляет собой продольные затухающие колебания или апериодическое движение типа одиночной волны.

В проекции на нормаль к траектории, совпадающей с направлением местного радиуса кривизны, получим формулу левитационного усилия N:

$$N=m\left(g\cos\alpha-\frac{V_a^2}{\rho}\right), \quad V_a \leq V^* < V_1,$$

где $V^*=\sqrt{g\rho\cos\alpha}$ - абсолютная скорость, при которой N обращается в нуль. В интервале изменения скорости $V^* \leq V_a \leq V_0$ усилие N меняет направление и определяется формулой

$$N=m\left(\frac{V_a^2}{\rho}-g\cos\alpha\right).$$

В этом интервале усилие N может принимать значения, превышающие вес элемента. Пусть максимально допустимое значение N на участке BE в пять раз превышает силу тяготения, тогда для наименьшего радиуса кривизны на участке BE получим соотношение

$$\rho_1 \geqslant \frac{V_0^2}{g(5+\cos\alpha)}$$

Если V_0 = I0 км/с и $\cos\alpha = 1$, то $\rho_1 \geqslant$ I6I0 км. Система подвесов на участке BE с переменным радиусом кривизны должна обеспечить левитационные усилия на всех этапах разгона ротора.

В общем случае возможно искривление формы эстакады по отношению к плоскости экватора: на отдельных участках эстакада может выходить из этой плоскости, огибая особо крупные препятствия (горы, плато, крупные города и т.д.) и возвращаясь затем вновь в эту плоскость. При отсутствии угловых точек правая часть уравнения (4.I2) содержит только ускоряющее усилие q линейного электродвигателя, т.е. возмущение вращательного движения ротора отсутствует.

Боковое давление магнитных подвесов, которое необходимо обеспечить в этом случае,

$$N_{бок} = m V_p^2 / \rho_2,$$

где ρ_2 – радиус кривизны эстакады в плане. Если $\max N_{бок} = 5mg$, то $\rho_2 \geqslant$ 2I00 км.

Аналогичные искривления эстакады возможны на морских участках при шторме. Под действием бокового ветра постоянного направления и волн эстакада, закрепленная гибкими связями, может искривиться в плане. В этом случае разгоняющийся ротор играет стабилизирующую роль: подобно потоку воды в резиновом шланге, он спрямляет искривленные участки эстакады. Этот процесс должен происходить без контакта ротора с оболочкой, поэтому необходимо предусмотреть механизм создания бесконтактного бокового давления на ротор со стороны эстакады, либо принимать меры, не допускающие искривления эстакады на морских участках под действием стихийных факторов.

Постоянные искривленные участки эстакады как в плоскости экватора (вертикальные искривления), так и вне ее (горизонтальные искривления) создают возмущения не только при разгоне ротора, но и при подъеме к орбите. Ротор будет вести себя как натянутая струна, имеющая в начальный момент локальные отклонения от формы, при которой энергия струны минимальна. Такая струна, как известно, совершает колебания.

Ротор, кроме вращательного и радиального движения (невозмущенное движение), совершает в этом случае сложные продольно-поперечные колебания (возмущенное движение). Гашение колебаний способствует возрастающее натяжение ротора и оболочки при их расширении, сопротивление атмосферы, а после сброса оболочки - разделение ротора на фрагменты и действие диссипативных сил. Возникает проблема создания системы, обеспечивающей без подвода энергии извне бесконтактное взаимодействие ротора и оболочки при их пространственных колебаниях.

Более проста задача, когда имеются только вертикальные искривления трассы; тогда поперечные колебания системы совершаются также в плоскости экватора и ротора, и бесконтактное взаимодействие обеспечивается системой левитации на этапе разгона.

Участки с вертикальным искривлением, где подъемная сила ротора больше, чем на линии экватора, можно использовать для подъема в космос негабаритных грузов, подвешенных на оболочке: пассажирских модулей, отдельных блоков, агрегатов, установок для космической индустрии и энергетики, научного оборудования.

Особо опасны в период разгона ротора сейсмические воздействия, которые могут привести к искривлениям и изломам эстакады, поэтому большое значение приобретает разработка конструкции эстакады с высокой степенью сейсмостойкости. Для предотвращения совпадения во времени процесса разгона ротора ОТС с сейсмической активностью Земли в районах, прилегающих к трассе, важную роль будут играть надежные методы прогнозирования землетрясений.

Силовые и энергетические характеристики ТЛС для ОТС со сверхпроводящей обмоткой возбуждения при изменении скорости ротора до значений $V_0 > V_1$, погонной массе 100 кг/м, размером поперечного сечения 0,3 м и потребляемой мощностью 10 кВт/м, вычисленные в [III] приводит к выводу о возможности такого технического решения. Однако реальностью оно может стать только при условии создания сверхпроводников, которые по электрофизическим, весовым и стоимостным показателям находились бы на уровне современных низко-температурных сверхпроводников.

Но и в этом случае возникают многие проблемы реализации ТЛС: повышение КПД двигателя, надежность и устойчивость энергообеспечения ОТС при разгоне его ротора, устойчивость инфраструктуры системы по отношению к стихийным факторам, экологически безопасное возвращение частей оболочки для их повторного использования, утилизация частей ТЛС для создания в космосе энергетических и транспортных структур и т.д.

Работы по проблемам проекта ОТС актуальны и с земной точки зрения. В процессе технической реализации идеи бесконтактного подвеса и тяги ротора, помимо достижения основной цели – создания средства безракетного освоения космоса, – могут быть получены принципиально новые, высокоэкономичные, экологически чистые технологии, поднимающие на качественно новый уровень энергетику и высокоскоростной наземный транспорт.

Проблемы, связанные с движением ротора ОТС на этапах разгона и подъема вместе с оболочкой в атмосфере, не являются простыми. Основные трудности заключаются в выявлении возможных возмущающих воздействий их тщательной классификации, изучению их источников и природы, определению степени воздействия на движение ротора и мер борьбы с ними.

5. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО РАЗОГРЕВА РОТОРА ОТС ПРИ ОТСУТСТВИИ ЗАЩИТНОЙ ОБОЛОЧКИ

До сих пор рассматривался случай, когда на этапах разгона и подъема в плотных слоях атмосферы ротор находится в вакууме внутри защитной оболочки, которая представляет собой сложное инженерное сооружение, обеспечивающее:

- надежную герметичность внутреннего пространства оболочки при условии ее постоянного деформирования - удлинения, изгибов, кручения;
- высокую прочность при минимальной массе;
- бесконтактность ротора по отношению к внутренней поверхности оболочки и установленным на ней элементам магнитного подвеса;
- размещение компактных систем энергоснабжения и управления.

Сложность комплексного решения всех этих проблем заставляет искать другой вариант проекта ОТС, когда подъем ротора с поверхности планеты через плотные слои атмосферы осуществляется без защитной оболочки. При этом, однако, возникают новые проблемы, одна из которых - аэродинамический разогрев ротора, движущегося в атмосфере со скоростью около 10 км/с.

5.1. Результаты исследования разогрева аэрокосмической техники. Обзор.

Число Маха для ротора ОТС при скорости порядка 10^4 м/с в момент старта составляет около тридцати единиц, такое значение весьма высоко. Известная, эксплуатируемая в настоящее время авиационная и ракетная техника, артиллерийские снаряды и т.п. имеют в плотных слоях атмосферы скорости, ограниченные сверху числом Маха, равным нескольким единицам. Характерная особенность эксплуатации систем в таких условиях – резкое возрастание лобового сопротивления и значительный аэродинамический разогрев. Эти факторы многократно усиливаются при космических скоростях движения, например, для возвращаемых космических аппаратов, что требует принятия мер по их сохранности.

Преодоление лобового сопротивления не является проблемой для ротора ОТС, поскольку лобовая часть по существу отсутствует. Однако возможные технологические выступы, выходящие за пределы пограничного слоя, могут стать источником значительного аэродинамического сопротивления до $10^7 \div 10^8$ Па и порождать ударные волны большой интенсивности. По этой причине технологические выступы на поверхности устройства должны быть минимальными.

Более важна для обсуждаемого варианта системы ОТС без защитной вакуумной оболочки проблема аэродинамического разогрева поверхности [I, I2], который вызывается вязким трением поверхности о воздух и его сжатием на лобовых частях, а в случае ОТС – на технологических выступах. При этом температура воздуха может достигать значений, близких к температуре торможения

$$T_{торм} = T_\infty \left(1 + \frac{K-1}{2} M^2\right), \qquad (5.I)$$

где T_∞ – температура набегающего потока; M – число Маха; K – отношение удельных теплоемкостей воздуха при постоянных давлении и объеме.

Применительно к ОТС согласно (5.I), температура торможения составляет около 27500°К. Температура выступающей части несколько ниже вследствие теплообмена с окружающей средой и соседними элементами конструкции.

При рассмотрении вопросов аэродинамического нагрева конструкций в литературе обычно предполагается наличие лобовой части устройства. Плотность подводимого теплового потока q_T оценивают по формуле [I6]:

$$q_T = C_* \rho^n v^m,$$

где ρ - плотность воздуха; v - скорость набегающего потока; n, m - показатели степени; C_* - коэффициент, зависящий от многих факторов, в том числе от местного угла атаки рассматриваемой точки на обтекаемой поверхности.

Применительно к расчету параметров аэродинамического нагрева ротора ОТС не имеющего лобовой части, непосредственно использовать известные результаты затруднительно. Это связано еще с тем, что аэрокосмическая техника имеет, как правило, максимальную скорость в наименее плотных слоях атмосферы, наоборот ротор ОТС достигает максимальную скорость в наиболее плотных слоях атмосферы.

Близким аналогом являются трансатмосферные летательные аппараты (ТЛА) [I6, I7]. При подъеме такого аппарата максимальная равновесная температура в критической точке и на передней кромке крыла может достигать 3000÷4000°К. Для этих частей аппарата, вероятно, требуется активная тепловая защита, например, с помощью сублимирующих покрытий. При спуске аппарата температура ожидается примерно на I500°К ниже.

На средней линии такого аппарата с наветренной стороны максимальная температура составляет $1300 \div 1500^{\circ}K$, как при подъеме так и при спуске, поэтому большая часть поверхности ТЛА может достаточно эффективно охлаждаться посредством излучения.

При скорости 7,2 км/с на высоте 75 км лобовое сопротивление составит величину порядка $10^4 \div 10^5$ Па, а тепловой поток, подводимый к поверхности ТЛА, – $10^3 \div 10^4$ кВт/м2. Отметим, что тепловой поток, подводимый к поверхности космических летательных аппаратов многоразового использования (КЛАМИ), имеет величину того же порядка [13] .

Приведенные данные, естественно, не могут быть непосредственно перенесены на случай ротора ОТС, но дают представление об ожидаемых значениях температур и тепловых потоков на поверхности ротора и позволяют оценить результаты, полученные в следующих разделах непосредственно для ОТС.

Отметим два возможных направления тепловой защиты аэрокосмической техники. Первое – использование жаропрочных покрытий [17] , при этом реализуется лучевой механизм теплообмена с окружающей средой. Второе направление основано на применении сублимирующих, плавящихся и других специальных покрытий, защитный эффект которых связан с уносом их массы [1, 12, 20] . Допустимо, по-видимому, комбинированное использование сублимирующих покрытий, формируемых на оболочках из жаропрочных материалов.

При движении аппарата в атмосфере возникает также проблема защиты его поверхностей при высокой температуре от взаимодействия с атомарным кислородом. Перфторные полимеры типа тефлона и силоксановых полимеров наименее активны при их взаимодействии с атомарным кислородом [7] . Тефлон может быть использован и в качестве материала для сублимирующего покрытия.

5.2. Постановка задачи

Для количественной оценки температурного поля в окрестности ротора ОТС на начальной, наиболее неблагоприятной с точки зрения разогрева конструкции стадии запуска, рассмотрим нестационарную задачу о разогреве воздуха вследствие вязкого трения. Точная постановка и решение такой задачи затруднительны, однако для получения простейших оценок допустим приближенный подход, основанный на ряде упрощающих допущений:

I. В момент старта ротор, имеющий в результате разгона максимальную скорость в вакууме внутри защитной оболочки, мгновенно контактирует с неподвижным воздухом.

2. Аэродинамическими и другими эффектами, связанными с практически мгновенной разгерметизацией оболочки, пренебрегаем.

3. Влиянием радиальной составляющей скорости ротора на аэродинамические и теплофизические процессы, протекающие в его окрестности, пренебрегаем.

4. Величина касательной к ротору составляющей скорости практически не изменяется на исследуемых отрезках времени.

5. Течение воздуха в окрестности ротора является ламинарным и одномерным, при этом отлична от нуля лишь компонента скорости частиц воздуха, направленная вдоль оси ротора.

6. Кривизной оси ротора пренебрегаем по сравнению с кривизной его поперечного сечения. Таким образом, аэродинамические и теплофизические процессы в окрестности поверхности ротора подобны процессам в окрестности поверхности бесконечно длинного цилиндра при его движении вдоль своей оси.

7. Проскальзывание частиц воздуха по поверхности ротора не учитывается.

8. Аэродинамические и теплофизические характеристики воздуха постоянны. Их числовые значения соответствуют некоторой средней температуре.

9. Отводом тепла внутрь ротора с его поверхности пренебрегаем.

10. Разогретый воздух не излучает энергию и не поглощает излучение, исходящее от поверхности ротора.

11. Процессом ионизации воздуха и химическими реакциями, протекающими при этом, пренебрегаем, рассматривая разогрев воздуха в окрестности поверхности ротора.

12. Процесс возможной сублимации защитного покрытия слабо влияет на гидродинамические процессы вблизи поверхности ротора.

13. Температура на поверхности ротора при наличии сублимирующего покрытия принимается постоянной и равной температуре фазового перехода.

Другие упрощающие допущения будут введены по мере необходимости.

Предлагаемая система допущений позволяет построить весьма упрощенную модель ожидаемых гидродинамических и теплофизических процессов, поэтому полученные ниже результаты следует рассматривать лишь как оценочные.

Рис. 5.1

Введем цилиндрическую систему координат, показанную на рис. 5.1, направив ось z вдоль оси ротора. С учетом принятых выше допущений распределение скорости воздуха u и его температуры T в окрестности поверхности ротора описываются системой уравнений, следующих из основных положений гидродинамики и теории конвективного теплопереноса [8, 22]:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right); \qquad (5.2)$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \qquad (5.3)$$

где ρ, μ, c, λ - плотность, коэффициент динамической вязкости, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности воздуха; t - время; r - радиальная координата. Представленные уравнения записаны при дополнительном допущении об осевой симметрии поля скоростей и температуры, а также допущении о независимости основных характеристик процесса от координаты z. Предполагается также, что давление воздуха всюду постоянно. Таким образом, переменные u и T представляют собой функции лишь времени t и радиальной координаты r. Уравнение (5.3) описывает конвективный нестационарный теплоперенос с учетом диссипации механической энергии.

Граничные и начальные условия рассматриваемой задачи имеют вид

$$r = R; \quad u = V; \quad T = T_w = T_s; \qquad (5.4)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = \varepsilon \sigma \left(T_w^4 - T_\infty^4 \right) + JL; \qquad (5.5)$$

$$r \to \infty; \quad u = 0; \quad T = T_\infty; \tag{5.6}$$

$$t = 0; \quad u = 0; \quad T = T_\infty; \tag{5.7}$$

$$R = R_0. \tag{5.8}$$

Здесь R_0, R – начальный и текущий радиус поперечного сечения ротора; T_w – температура поверхности ротора; T_∞ – температура воздуха в невозмущенном состоянии; L – удельная теплота фазового перехода (например, сублимации), на поверхности ротора; J – плотность массового потока, отводимого с поверхности ротора; ε – интегральная степень черноты поверхности ротора; $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^{2}К^4 – постоянная Стефана-Больцмана; T_S – температура фазового перехода; V – осевая составляющая скорости ротора.

В рамках квазистационарного приближения введем еще уравнение динамики испарения защитного покрытия

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{J}{\rho_w}, \tag{5.8}$$

где ρ_w – плотность материала покрытия.

5.3. Приближенный расчет параметров течения воздуха в окрестности поверхности ротора.

Уравнение (5.2), описывающее распределение скорости воздуха в окрестности поверхности ротора, можно рассмотреть независимо от (5.3).

Применяя к (5.2) преобразование Лапласа, получим дифференциальное уравнение Бесселя относительно изображения $\tilde{u}(s, r)$ искомой функции $u(t, r)$. Решение этого уравнения при

160

граничных условиях (5.4), (5.6) после их перевода в область изображений имеет вид

$$\tilde{u}(s,r)=\frac{V}{s}\,\frac{K_0(r\beta)}{K_0(R\beta)},\quad \beta=\sqrt{\frac{\rho s}{\mu}} \tag{5.9}$$

где $K_0(\xi)$ – функция Макдональда.

Воспользуемся известной оценкой поведения функции Макдональда, согласно которой при больших значениях аргумента $\xi \gg 1$ она убывает по показательному закону [30]. В этом случае решение (5.9) в первом приближении можно представить в виде

$$\tilde{u}(s,r)=\frac{V}{s}\sqrt{\frac{R}{r}}\,\exp\left[-(r-R)\beta\right]. \tag{5.10}$$

Применяя к (5.10) обратное преобразование Лапласа, получим

$$u(t,r)=V\sqrt{\frac{R}{r}}\,\operatorname{erfc}\left[\frac{(r-R)}{2}\sqrt{\frac{\rho}{\mu t}}\right],$$

где $\operatorname{erfc}(\xi)=1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^{\xi}e^{-\eta^2}d\eta$ –

– функция ошибок Гаусса [30].

Из полученного решения следует, что воздух захватывается ротором и приводится в движение во всем окружающем пространстве вплоть до бесконечности. При этом скорость воздуха быстро падает по мере удаления от оси ротора, поэтому для конкретных расчетов допустимо ограничиться конечной областью радиуса $r_{0\infty}$. Полагаем, что $r_{0\infty}$ – такой радиус охвата, на котором скорость воздуха $u(t, r_{0\infty})$ составляет наперед заданную часть ε_1 касательной составляющей скорости ротора V. При таком подходе радиус области преимущественного течения воздуха представляет собой решение уравнения

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{R}{r_{0\infty}}}\ \operatorname{erfc}\left[\frac{r_{0\infty} - R}{2}\sqrt{\frac{\rho}{\mu t}}\right],$$

в котором радиус $r_{0\infty}$ изменяется с течением времени и характеризует условную границу нестационарного пограничного слоя, формируемого на внешней поверхности ротора.

В качестве верхней оценки для $r_{0\infty}$ используем значение

$$r_{\infty}(t) = R + 2\varepsilon_2\sqrt{\frac{\mu t}{\rho}},$$

где ε_2 - аргумент функции ошибок Гаусса, при котором она принимает значение ε_1, т.е.

$$\varepsilon_1 = \operatorname{erfc}(\varepsilon_2).$$

При этом учитываем, что для любого момента времени при прочих равных параметрах

$$r_{0\infty}(t) < r_{\infty}(t).$$

Представления о величине радиуса охвата области течения воздуха r_{∞} и о его изменении со временем можно получить из табл. 5.I, в которой заданы два значения скорости звука $u(t, r_\infty)$: 340,3 м/с (ε_1 = 0,034, ε_2 = = I,49) и практически нулевой по аэрокосмическим масштабам скорости 2,36 м/с (ε_1 = 0,000236, ε_2 = 2,6). Расчеты проводились при R = 0,05 м и параметрах воздуха μ = = I3,9 · I0^{-5} Па·с и ρ = 0,08 кг/м^3, соответствующих определяющей температуре 4273^{0}К.

Табл. 5.I

$u(t, r_\infty)$, м/с	r_∞, м		
	t = 0,I с	t = Iс	t = I0 с
340,3	0,089	0,I75	0,444
2,36	0,II9	0,267	0,736

Положим еще

$$\sqrt{\frac{R}{r}} \simeq 1,$$

тогда соотношение (5. II) можно представить в виде

$$u(t, r) = V \operatorname{erfc}\left[\frac{r - R}{2}\sqrt{\frac{\rho}{\mu t}}\right] \qquad (5.I2)$$

Силы трения поверхности ротора о воздух в расчете на I м его длины, удобно вычислять по формуле

$$F_{mp} = -2\pi R \mu \left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=R}.$$

Подставляя сюда (5.I2) , получим

$$F_{mp} = 2R\sqrt{\frac{\pi \mu \rho}{t}}.$$

Рис. 5.2

В качестве примера на рис. 5.2 представлена зависимость F_{mp} от времени, построенная при R = 0,05 м для

$\mu = 1{,}819 \cdot 10^{-5}$ Па·с, $\rho = 1{,}166$ кг/м^3, соответствующих определяющей температуре воздуха 293°К. Как показали вычисления, выбор другого, большего значения температуры воздуха приводит к снижению расчетного значения $F_{тр}$, поэтому зависимость на рис. (5.2) представляет собой верхнюю оценку $F_{тр}$.

5.4. Приближенный расчет температурного поля в окрестности поверхности ротора при отсутствии процесса сублимации защитного покрытия.

Температурное воле в окрестности поверхности ротора при отсутствии процесса сублимации можно определить, используя уравнение (5.3). С учетом (5.12) это уравнение после некоторых преобразований запишем в следующем виде:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{V^2 \rho}{\pi t} \exp\left\{-\frac{\rho (r-R)^2}{2\mu t}\right\} \quad (5.13)$$

Введем безразмерные переменные

$$T' = \frac{T - T_\infty}{T_* - T_\infty}, \quad t' = \frac{t}{t_*}, \quad r' = \frac{r}{R}, \quad (5.14)$$

где T_*, t_* – характерные значения температуры воздуха и времени.

Используя обозначения (5.14) преобразуем уравнение (5.13) к виду

$$\frac{\partial T'}{\partial t'} = \frac{A_1}{r'}\frac{\partial}{\partial r'}\left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'}\right) + \frac{A_3}{t'} \exp\left\{-\frac{(r'-1)^2}{A_2 t'}\right\}, \quad (5.15)$$

$$A_1 = \frac{\lambda t_*}{c\rho R^2}, \quad A_2 = \frac{2\mu t_*}{\rho R^2}, \quad A_3 = \frac{V^2}{\pi c (T_* - T_\infty)} \tag{5.16}$$

безразмерные параметры.

Граничные условия (4.5), (4.8) и начальное условие (4.7) в безразмерной форме имеют вид

$$r' = 1, \quad \frac{\partial T'}{\partial r'} = A_4 \left[(T' + A_5)^4 - A_5^4 \right]; \tag{5.17}$$

$$r' = r'_\infty = 1 + \varepsilon_2 \sqrt{2 A_2 t'}, \quad T' = 0; \tag{5.18}$$

$$t' = 0, \quad T' = 0; \tag{5.19}$$

$$A_4 = \frac{\varepsilon \sigma (T_* - T_\infty)^3 R}{\lambda}, \quad A_5 = \frac{T_\infty}{T_* - T_\infty}. \tag{5.20}$$

Сравнивая граничное условие (5.18) с (5.6), замечаем, что в качестве бесконечно удаленной точки $r' \to \infty$ принимается точка на условной границе области преимущественного течения воздуха $r' = r'_\infty$. При этом предполагается, что за пределами этой области температура воздуха равна T_∞.

Уравнение (4.15) с граничными и начальными условиями (5.17) - (5.19) решалось численным методом при значениях параметров: V = 10^4 м/с; T_∞ = 300°К; ε = 0,5; R = 0,05 м; ε_2 = 2,6. Гидродинамические и теплофизические параметры воздуха ρ, μ, λ, c принимались постоянными и соответствующими некоторой средней температуре T_0. Результаты исследования влияния выбора температуры T_0 на температуру T_w поверхности ротора в различные моменты времени сведены в табл. 5.2.

Табл. 5.2

T_o, °К	Температура T_w (°К) поверхности ротора в момент времени		
	t = 0,0006 с	t = 0,003с	t = 0,06 с
293	3110	2120	2010
873	3110	2050	1940
2273	3000	1970	1870

Из представленных в этой таблице значений T_w, вычисленных для одного момента времени, но различных значений температуры T_0, следует, что упрощающее допущение 8 в 5.2 для оценочных расчетов вполне допустимо. Температура T_w при увеличении T_0 от 293°К до 2273°К уменьшаются не более чем на 10 ÷ 15%, поэтому вычисленная температура поверхности ротора при гидродинамических и теплофизических параметрах воздуха ρ, μ, λ, c, соответствующих значению T_0 = 293°К, дает верхнюю оценку для T_w. В дальнейшем расчеты проводились для температуры T_0 = 293°К.

При обсуждении варианта ротора ОТС без защитной вакуумной оболочки представляет интерес зависимость температуры T_w поверхности ротора от времени, представленная на рис. 5.3. В рамках рассматриваемой математической модели наиболее высокие температуры ожидаются в момент старта (t = 0). Из уравнения теплопереноса следует, что внезапное импульсное соприкосновение быстро движущейся поверхности с воздухом приводит в начальный момент к бесконечно большой температуре поверхности. Реально же в момент старта верхняя оцен-

Рис. 5.3

ка температуры воздуха на поверхности ротора соответствует температуре полного торможения. В дальнейшем температура быстро падает и уже через 0,05 с составляет около 2000°К.

Рис.5.4 Разогрев до такой температуры вызовет интенсивное тепловое излучения с поверхности ротора. На рис. 5.4 для рассматриваемого примера показана зависимость мощности $N_{изл}$ излучения в расчете на I м длины ротора, а на рис. 5.5 – зависимость плотности $q_{изл}$ потока излучения на поверхности ротора от времени. $N_{изл}$ и $q_{изл}$ с учетом результатов решения уравнения (5.I5) вычислялись по формулам

Рис. 5.5

$$q_{изл} = \varepsilon \sigma \left(T_w^4 - T_\infty^4 \right), \quad N_{изл} = 2\pi R q_{изл}.$$

Здесь также наблюдается резкое снижение этих величин с течением времени.

Характер радиального распределения скорости воздуха и его температуры в окрестности ротора в фиксированный момент

Рис. 5,6 времени t = 0,48 с представлен на рис. 5.6. Температурная кривая имеет ярко выраженный максимум, температура воздуха в пике превышает 10^4 °К.

Изменение температурного профиля во времени представле-

Рис. 5,7 но на рис. 5.7. Из сравнения построенных для различных моментов времени кривых, следует, что рост пика температуры с течением времени замедляется. Одновременно формируется тепловая волна нагретого воздуха, которая перемещается в пространстве от поверхности ротора к периферии области течения.

5.5. Квазистационарный расчет температуры поверхности ротора при отсутствии процесса сублимации.

Решение уравнения (5. I5) требует численных методов. Для приближенных, оценочных расчетов используем квазистационарный подход, при котором частной производной $\partial T'/\partial t'$ в (5.I5) пренебрегаем. В этом случае влияние времени на температуру учитывается временной зависимостью (5.I8) условной границы области течения. Уравнение (5.I5) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)=-\frac{A_3}{A_1}\frac{r'}{t'}\exp\left\{-\frac{(r'-1)^2}{A_2 t'}\right\}. \qquad (5.2I)$$

Интегрируя (5.2I) по r' в пределах от I до ∞ с учетом граничного условия (5.I6) получим после преобразований выражение для безразмерной температуры на поверхности ротора

$$T'_w=\left[A_5^4+\frac{A_2A_3}{2A_1A_4}\left(1+\sqrt{\frac{\pi}{A_2t'}}\right)\right]^{1/4}-A_5. \qquad (5.22)$$

При выводе (5.22) предполагалось, что

$$\lim_{r'\to\infty}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right)=0. \qquad (5.23)$$

Используя (5.I4), (5.I6), (5.20), получим размерную форму выражения температуры на поверхности ротора:

$$T_w=\left[T_\infty^4+\frac{kV^2}{\pi\varepsilon\sigma R}\left(1+\sqrt{\frac{\pi\rho R^2}{2\mu t}}\right)\right]^{1/4} \qquad (5.24)$$

Определение T_w по формуле (5.24) менее точно по сравнению с непосредственным решением уравнения (5.13), но эта формула удобна при оценочных расчетах.

В табл. 5.3 в качестве примера приводятся расчитанные по (5.24) значения T_w для тех же моментов времени t и температуры T_0, что и в таблице 5.2, построенной на основе решения уравнения (5.13).

Табл. 5.3

$^{\circ}K$ / T_0	Значение $T_w(^{\circ}K)$ поверхности ротора в момент времени		
	t =0,0006 с	t = 0,03 с	t = 0,06 с
293	4030	2470	2270
873	3870	2380	2200
2273	3800	2360	2180

Как следует из сравнения таблиц 5.2 и 5.3, формула (5.24) дает завышенные значения T_w по сравнению с более точными результатами, полученными при решении уравнения (5.13). Наибольшее различие, как и следовало ожидать, отмечается в моменты времени, близкие к начальному. В дальнейшем эти различия сглаживаются и уже через 0,06 с разультаты, получаемые по формуле (5.24) и при точном решении уравнения (5.13) различаются на 10 ÷ 15%. Формула (5.24) дает верхнюю оценку T_w.

Нижнюю оценку T_w можно получить из (5.24) посредством предельного перехода при $t \to \infty$:

$$T_{w,min} = \left(T_\infty^4 + \frac{kV^2}{\pi \varepsilon \sigma R} \right)^{1/4}. \qquad (5.25)$$

Такая температура должна установиться на поверхности ротора при его неограниченном во времени вращении в слое атмосферы. Если вязкость воздуха принять соответствующей температуре $T_0 = 293^{\circ}K$, то из (5.25) находим $T_{w,min} = 803^{\circ}K$. Если же $T_0 = 3000 \div 5000^{\circ}K$, то нижняя оценка температуры поверхности ротора $T_{w,min} = 1180 \div 1300^{\circ}K$. При выборе $T_0 = 10^4\ ^{\circ}K$, соответствующей температуре воздуха в пике (рис. 5.7), из (5.25) находим $T_{w,min} = 1490^{\circ}K$.

5.6. Квазистационарный расчет динамики испарения сублимирующего покрытия тепловой защиты ротора.

Температуры поверхности ротора, как следует из полученных выше результатов, для $t \geqslant 0,05$ с достигает $1500 \div 2000\ ^{\circ}K$. Для большинства материалов такие, а тем более возникающие в начальный момент времени температуры достаточно высоки, поэтому представляет интерес рассмотреть активную тепловую защиту ротора с помощью сублимирующих покрытий.

В этом случае радиус R поперечного сечения ротора не является постоянной величиной, так как по мере испарения защитного покрытия он будет уменьшаться. Пусть $R = R_0$ – начальное значение радиуса.

В квазистационарном случае уравнение теплопереноса (5.13) в безразмерном виде принимает форму

$$\frac{\partial}{\partial r'}\left(r'\frac{\partial T'}{\partial r'}\right) = -\frac{A_6 r'}{t'}\exp\left[-\frac{(r'-R')^2}{A_2 t}\right] \quad (5.26)$$

Здесь приняты обозначения

$$T' = \frac{T - T_\infty}{T_S - T_\infty}, \quad r' = \frac{r}{R_0}, \quad R' = \frac{R}{R_0},$$

$$t' = \frac{t}{t_*}, \quad A_6 = \frac{\rho V^2 R_0^2}{\pi t_* \lambda (T_S - T_\infty)},$$

где T_S – предполагаемая постоянной температура поверхности ротора, равная температуре сублимации материала защитного покрытия.

Граничные условия для (5.26) с учетом (5.4), (5.5), (5.23) имеют вид

$$r' = R', \; T' = 1, \; \frac{\partial T'}{\partial r'} = A_4\left[(1+A_5)^4 - A_5^4\right] + J', \tag{5.27}$$

$$r' \to \infty, \quad r'\frac{\partial T'}{\partial r'} \to 0, \; J' = \frac{J L R_0}{\lambda (T_S - T_\infty)}. \tag{5.28}$$

Здесь A_2 и A_4 определяются по формулам (5.I6), (5.20) с заменами R и T_* на R_0 и T_S.

Уравнение (5.8) динамики испарения защитного покрытия в безразмерной форме

$$\frac{dR'}{dt'} = -A_7 J', \; A_7 = \frac{\lambda (T_S - T_\infty) t_*}{L \rho_w R_0^2} \tag{5.29}$$

Интегрируя (5.26) по r' в пределах от R' до ∞ и привлекая граничные условия (5.27), (5.28) получим после преобразований формулу безразмерного массового потока

$$J' = -A_4\left[(1+A_5)^4 - A_5^4\right] + \frac{A_2 A_6}{2R'} + \frac{A_6}{2}\sqrt{\frac{\pi A_2}{t'}} \tag{5.30}$$

Подставляя (5.30) в (5.29) получим дифференциальное уравнение

$$\frac{dR'}{dt'} = B_1 - \frac{B_2}{R'} - \frac{B_3}{\sqrt{t'}}, \qquad (5.3I)$$

описывающее изменение R' с течением времени. Здесь приняты обозначения

$$B_1 = A_4 A_7 \left[(1+A_5)^4 - A_5^4 \right], \; B_2 = \frac{A_2 A_6 A_7}{2}, \; B_3 = \frac{A_6 A_7}{2} \sqrt{\pi A_2}.$$

В качестве начального условия для (5.3I) принимаем

$$t' = 0, \quad R' = 1.$$

Рис. 5.8

На рис. 5.8 представлена полученная при численном решении уравнения (5.3I) зависимость радиуса поперечного сечения ротора от времени. При расчетах принимаем R_0 = 0,05 м и V = $I0^4$ м/с и полагаем, что защитное покрытие выполнено из материала с параметрами, близкими к параметрам тефлона (T_S = 445^0 К; L = $I,743 \cdot I0^6$ Дж/кг; ρ_w = I500 кг/м^3) Кривые I и 2 соответствуют параметрам воздуха при температурах 293^0 К и 2273^0 К.

Потеря массы ротора в результате сублимации, выраженная в процентах от начальной массы, характеризуется кривыми I и

Рис. 5.9

2 на рис. 5.9. При расчетах предполагалось, что средняя плотность ротора равна плотности его защитного покрытия.

Как видно на рисунках, примерно через одну минуту движения с момента старта толщина защитного покрытия из материала, близкого по своим параметрам к тефлону, уменьшится на I,3 ÷ 2,I мм, что составляет потерю массы ротора 5,2 ÷ 8,I% от его начальной массы. Температура воздуха у поверхности ротора к этому времени может снизиться до $1000 \div 1500^{\circ}$ К, что соответствует рабочим температурам современных жаростойких покрытий. Толщину защитного сублимирующего слоя с учетом запаса можно принять равной $2,3 \div 4,2$ мм. После испарения сублимирующего слоя через $1 \div 2$ минуты после старта тепловая защита ротора может осуществляться жаростойкой оболочкой.

5.7. Некоторые выводы.

Как уже отмечено, рассмотренные выше модели существенно упрощены. В действительности можно ожидать более сложную картину течения воздуха в окрестности поверхности ротора и процесса теплопереноса. Полученные результаты поэтому представляют собой первое приближение к реальным параметрам процесса, но позволяют сформулировать некоторые выводы.

Вариант ротора без защитной вакуумной оболочки, по-видимому, принципиально реализуем, однако в ходе его технической проработки возникнут серьезные проблемы. Отметим лишь некоторые, наиболее очевидные.

1. Обсуждаемая математическая модель предполагает, что ротор представляет собой гладкий цилиндр; кривизной ротора по сравнению с кривизной его поперечного сечения можно пренебречь, поэтому реальная конструкция такой большой протяженности не будет идеально гладкой, имея различные неоднородности поверхности - выступы, впадины, например, в местах стыков элементов фрагментов. Такие выступы будут источниками значительного сопротивления до $10^{7} \div 10^{8}$ Па. Механизм разогрева таких выступов несколько иной, поэтому их температура может существенно превышать температуру на поверхности ротора.

2. Стартовые установки и оборудование должны предусматри-

вать защиту от теплового излучения и ударных волн, формируемых технологическими выступами на поверхности ротора. Необходимость тепловой защиты стартового оборудования следует из того, что температура воздуха вблизи поверхности ротора может достигать 10^{4} $^{\circ}$К, а плотность потока излучения в начальный момент – $5 \cdot 10^{3} \div 10^{4}$ кВт/м2. Скорость воздуха в окрестности ротора будет близка к скорости его поверхности.

3. Разогрев ротора вызовет его температурные деформации. Погодные условия в различных частях Земли – атмосферные осадки, облачность, температура воздуха, сила и направление ветра и т.д. – будут по-разному влиять на деформирование отдельных участков ротора.

4. Температура воздуха вблизи ротора может достигать 10^{4} $^{\circ}$К. Температура воздуха у самой поверхности ротора при отсутствии защитного, например, сублимирующего покрытия принимает максимальное значение в начальный момент времени, а затем быстро падает так, что через 0,05 сек она составляет около 2000° К. Определение максимальной температуры поверхности ротора в начальный момент времени в рамках рассматриваемой модели затруднительно, однако можно полагать, что эта температура ниже температуры при полном торможении.

5. Применение защитных сублимирующих покрытий позволит снизить тепловые нагрузки на ротор на стартовом участке. Расчеты показали, что использование такого покрытия толщиной $2{,}3 \div 4{,}2$ мм из материала с параметрами, близкими к тефлону, обеспечивает надежную тепловую защиту ротора в течение первой минуты движения после старта, когда температура воздуха у поверхности ротора снизится до $1000 \div 1500^{\circ}$ К.

Дальнейшую тепловую защиту ротора после испарения сублимирующего покрытия можно осуществлять с использованием жаростойкой оболочки.

6. Разогрев воздуха в окрестности поверхности ротора до 10^4 °K вызовет ионизацию воздуха, и активизирует протекание химических реакций типа диссоциации молекул с образованием активного атомарного кислорода. Последствия этих процессов должны быть исследованы специально.

7. Рассматриваемая модель предполагает, что в момент старта поверхность ротора мгновенно контактирует с неподвижным воздухом, что приводит к резкому возрастанию тепловых характеристик процесса. Можно ожидать, что при удалении защитной оболочки ротор будет контактировать со средой, параметры которой быстро, но не мгновенно изменяются от значений, соответствующих вакууму, до значений атмосферного воздуха. При учете этого обстоятельства начальная температура поверхности, плотность теплового потока излучения и мощность излучения снижаются.

8. Вычисленные температура поверхность и плотность тепловых потоков достаточно хорошо согласуются с результатами, относящимися к ТЛА [16, 17] и КЛАМИ [13].

9. Используемая модель не позволяет исследовать начальный период движения продолжительностью около 0,05 сек. Этот период требует построения более точной математической модели.

145

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Авдуевский В.С., Галицейский Б.М., Глебов Г.А. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. - М.: Машиностроение, 1975. - 624 с.

2. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. - М.: Физматгиз, 1960. - 296 с.

3. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. - Изд. 5-е. - М.: Наука, 1971.

4. Грушинский Н.П., Грушинский А.Н. В мире сил тяготения. - М.: Недра, 1978. - 175 с.

5. Кларк Р.К., Каннингтон Дж.Р., Робинсон Дж.К. Пиролитические покрытия на жаропрочных теплозащитных экранах, увеличивающие степень черноты и снижающие каталитическую активность поверхности. Аэрокосмическая техника, 1987, № 11. с. 60-67.

6. Краснов Н.Ф. Аэродинамика тел вращения. - М.: Машиностроение, 1964.

7. Леже Л.Ж., Вайсентайн Дж.Т. Защита космических летательных аппаратов от воздействия атомарного кислорода. Аэрокосмическая техника, 1987, № 2, с. 7-11.

8. Лойцянский Л.Г., Механика жидкости и газа. - М.: Наука, 1973. - 848 с.

9. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. - М.: Росвузиздат, 1962.- 291 с.

10. Нариманов Е.А. Космические солнечные электростанции.- М.: Знание, 1991, № 3, 54 с.

II. Осадин Б.А. Взлетит ли колесо Юницкого? Энергия, I989, № 8, с. 50-54.

I2. Полежаев Ю.В., Юревин Ф.Е. Тепловая защита. - М.: Энергия, I976. - 392 с.

I3. Прабху Д.К., Таниехилл Дж.К. Численный анализ обтекания КЛАМИ с учетом эффектов реального газа. Аэрокосмическая техника, I987, № II, с. 60-67.

I4. Салливан У. Мы не одни. - М.: Мир, I967. - 383 с.

I5. Справочник по технической механике. - Под ред. Динника. - М.: - Л.: Гостехиздат, I949.

I6. Тобер М.Э., Аделман Г.Г. Аэродинамический нагрев трансатмосферных летательных аппаратов. Аэрокосмическая техника, I989, № 3, с. I09-I20.

I7. Тобер М.Э., Мениз Г.П., Аделман Г.Г. Характеристики аэродинамического нагрева трансатмосферных летательных аппаратов. Аэрокосмическая техника, I988, № 6, с. 4I-5I.

I8. Фабрикант Н.Я. Аэродинамика. - М.: Наука. - I964.

I9. Фертрегт М. Основы космонавтики. - М.: Просвещение, I969. - II4 с.

20. Хантер Л.В., Пирини Л.Л., Конн Д.В., Бренза П.Т. Метод расчета абляции графитового покрытия возвращаемого аппарата при сверхзвуковых и дозвуковых скоростях полета. Аэрокосмическая техника, I987, № 8, с. 3I-37.

2I. Чекалин С.В., Шатров Я.Т. Влияние пусков транспортных космических систем на атмосферу Земли. Космос и экология. М.: Знание, № 7, I99I.

22. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. - М.: Наука, I974. - 7I2 с.

23. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. - М.: Наука, 1965. - 540 с.

24. Юницкий А.Э. Пересадочная, космическая, кольцевая. Изобретатель и рационализатор, 1982, № 4, с. 28-29.

25. Юницкий А.Э. В космос ... на колесе. Техника - молодежи, 1982, № 6, с. 34-36.

26. Юницкий А.Э. В космос - без ракеты. Техника и наука, 1987, № 4, с. 40-43.

27. Юницкий А.Э. "Спасательный круг" планеты. Век XX и мир, 1987, № 5, с. 14-19.

28. Юницкий А.Э. Озоновый слой: щит - сегодня, саван - завтра? Новости науки и техники. Приложение к вестнику АПН "Советская панорама", 1988, № 13.

29. Юницкий А.Э. Экомир. Геокосмические транспортные альтернативы. Программа центра "Звездный мир". Проект Земного шара будущего. - Каталог выставки. - М.: 1990, с. 33-35.

30. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. - М.: Наука, 1977. - 344 с.

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ОТЧЕТЫ

I. Казбан А.М., Колодежнов В.Н., Юницкий А.Э. Проблемы выхода ротора ОТС на орбиту. - Воронеж-Гомель, 1989. - 187 с.

II. Кривко О.П., Логвинов Г.Ф., Юницкий А.Э. Анализ вариантов конструкции эстакады ОТС и ее оптимизация. - Гомель, 1989. - 109 с.

III. Омельяненко В.И., Гончаренко Л.В., Кудина Н.В., Сергеев С.А. Анализ возможности использования сверхпроводимости для создания тяги и электродинамического подвеса ротора ОТС. - Харьков, 1989, - 164 с.

IУ. Поляшов Л.И., Ефимов В.Г., Мальков В.Ф., Никитин А.Н, Подгузова Е.В., Родионов Н.И., Соколов Ю.Д., Юницкий А.Э. Анализ технических средств, обеспечивающих разгон объекта неограниченной длины в вакуумном канале до скорости IO км/с.- М.: I989. - I59 с.

У. Хозин Г.С., Чапис А.А., Юницкий А.Э. Научные основы безракетной индустриализации космоса. - Гомель-Москва, I989.- I09 с.

УI. Шишаков М.Л., Шилько С.В., Юницкий А.Э., Трохова Т.А. Создание математических моделей движения ротора ОТС на стадиях разгона и выхода в атмосферу. - Гомель, I989. - I80 с.

УП. Юницкий А.Э. Программа "Экомир". - Академия Нового Мышления, Институт социальных и научно-технических инноваций. - М.: I990. - 82 с.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

C_0 - жесткость элемента оболочки

C_1 - жесткость элемента ротора

C_* - коэффициент лобового сопротивления оболочки

c - удельная теплоемкость

E - модуль упругости материала ротора

$erfc(\xi)$ - функция ошибок Гаусса

F - равнодействующая сил упругости

$F_{тр}$ - сила трения

F_* - максимальное значение силы трения

f_i - приведенный коэффициент трения

G - сила притяжения к центру планеты

g - гравитационное ускорение на экваторе

H - высота плотных слоев атмосферы

$H_к$ - высота орбиты над экватором

$h_к = H_к/R$ - безразмерная высота орбиты

J - плотность массового потока, отводимого с поверхности ротора

K - отношение удельных теплоемкостей воздуха при постоянном давлении и постоянном объеме

$K_0(\xi)$ - функция Макдональда

$K_0 = 2\pi l/mR$ - параметр системы

K_1 - КПД двигателя

L - длина ротора

L_0 - удельная теплота фазового перехода

l - длина элемента ротора

M - число Маха

M_0 - масса всей оболочки, окружающей ротор

m - суммарная масса элементов ротора и окружающей оболочки

m_0 - масса элемента оболочки, окружающей ротор

m_1 - масса элемента ротора

$m_{кр}$ - критическая масса элемента ротора

N - магнитное давление системы подвеса (левитационное усилие)

P - полезная мощность электродвигателя

p - параметр движения системы

Q - сила сопротивления атмосферы

Q_r, Q_φ, Q_ψ - обобщенные силы

Q_* - суммарное тяговое усилие

q - параметр движения системы

$q_т$ - плотность подводимого теплового потока

$q_э$ - тяговое усилие от электродвигателя

R - экваториальный радиус Земли

R_a - радиус сферы, ограничивающей плотную атмосферу

R_0 - начальный радиус поперечного сечения ротора

R_* - текущий радиус поперечного сечения ротора

r - текущий радиус орбиты ротора

r_k - радиус заданной орбиты ротора

S - сила упругости

S_o - площадь поперечного сечения ротора

s - дуговая координата

T - температура

T_o - температура воздуха в невозмущенном состоянии

T_s - температура фазового перехода

T_w - температура поверхности ротора

T_∞ - температура набегающего потока

T_* - кинетическая энергия элемента системы

T_k - кинетическая энергия

T_{ok} - кинетическая энергия на этапе вывода ротора на орбиту

T_a - период колебаний

t - время

t_n - время выхода ротора на заданную орбиту

u - скорость воздуха

$u(x) = \acute{x}^2$ - параметр скорости

V - скорость ротора

V_1, V_2 - первая и вторая космические скорости

V_e - переносная скорость

V_r - относительная скорость

V_{ro} - начальная радиальная скорость ротора и оболочки

V_z - осевая составляющая скорости ротора

v_r - линейная скорость вращательного движения точек экватора

W - радиальное ускорение

$x = r/R$ - безразмерный радиус

x_0, x_n - начальное и конечное положение системы относительно центра Земли

x, y, z - координаты

α - угол между касательными к траектории движения и экватору

α_n - величина, зависящая от высоты слоя атмосферы

β - безразмерный параметр, зависящий от скорости ротора

$\beta_{кр} = 2$ - критическое значение параметра

γ - удельный расход энергии на подъем I кг массы полезного груза

δ - центральный угол дуги

ε - интегральная степень черноты поверхности ротора

η - массовый коэффициент полезного действия системы (отношение поднятой массы к исходной)

λ - коэффициент теплопроводности воздуха

λ_1 - коэффициент, зависящий от формы оболочки

μ - коэффициент динамической вязкости

$\mu_0 = m_0/m_1$ - отношение масс элементов оболочки и ротора

$\mu_1 = m_0/m$ - отношение массы элемента оболочки к общей массе элементов оболочки и ротора

ρ - плотность материала

ρ_K - радиус кривизны траектории движения ротора

ρ_w - плотность материала покрытия ротора

ρ_* - плотность атмосферы

ρ_0 - начальная плотность атмосферы

σ - постоянная Стефана-Больцмана

φ - угол поворота ротора

ψ - угол поворота оболочки

ψ_0 - начальное значение угла ψ

Ω - угловая скорость вращения Земли

ω - угловая скорость вращения ротора

ω_0 - начальная угловая скорость вращения ротора